9 класс

Задача 1

Группа туристов совершила восхождение на небольшую гору и спустилась с нее. Определите, с какой скоростью туристы поднимались в гору, если подъем занял в два раза больше времени, чем спуск, а средняя скорость на всем маршруте оказалась равна 2 км/ч. Считайте, что поднимались и спускались туристы с постоянной скоростью и остановок не делали.

Решение

Пусть s – длина пути, пройденная при подъеме (она также равна пути, пройденному при спуске), v – скорость, с которой туристы поднимались. Тогда $s=vt$, где t – время подъема. По определению средней скорости $v_{ср}=2s/(t+0,5t)=4v/3$. Отсюда находим $v=1,5$ км/ч.

Ответ: 1,5 км/ч.

Задача 2

Полый железный буй объемом 78 литров плавает, погрузившись в воду ровно наполовину. Определите объем полости, если плотность железа 7,8 г/см^3, а воды 1,0 г/см^3.

Решения

Пусть V – объем всего буя, V_0 – объем полости. Т.к. буй плавает, погрузившись наполовину, то условие плавания (равенства сил тяжести и Архимеда) имеет вид $g\rho_{ж}(V-V_0)=g\rho_{в}\frac{V}{2}$. Отсюда находим $V_0=V(1-\frac{\rho_{в}}{2\rho_{ж}})$=73 литра.

Ответ: 73 литра.

Задача 3

В гирлянде из 40 одинаковых последовательно соединенных лампочек одна перегорела. Вместо нее в гирлянду вставили кусочек провода с очень малым сопротивлением. Пренебрегая сопротивлением соединительных проводов, определите, как и во сколько раз изменилась потребляемая гирляндой мощность.

Решение

Пусть r – сопротивление одной лампочки, тогда после замены лампочки сопротивление гирлянды уменьшилось с $R_1=40r$ до $R_2=39r$. Т.к. к гирлянде приложено постоянное напряжение, то потребляемая ей мощность $P=U^2/R$. Соответственно, с уменьшением сопротивления мощность увеличится в 40/39 раз, или примерно на 2,5%

Ответ: увеличилась на 2,5%.

Задача 4

Определите диаметр крупинки пшена.

Оборудование: пшено, лист бумаги, линейка.

Рекомендация: конечно, разные крупинки пшена имеют разные диаметры. Вам нужно измерить среднее значение диаметра. Постарайтесь также определить, насколько сильно диаметр крупинок может отличаться от этого среднего значения

Решение

Приложив крупинку пшена к линейке, несложно видеть, что ее диаметр примерно 2 мм. Однако поскольку цена деления линейки 1 мм, то получающаяся при таком способе измерения погрешность (1 мм, или 50%) является недопустимо большой, поэтому такой способ измерения не годится.

Для повышения точности необходимо уложить плотно друг к другу вдоль линейки несколько (например, 10) крупинок и измерить их суммарную длину. В этом случае инструментальная погрешность по-прежнему 1 мм, но поскольку измеряемое расстояние стало в 10 раз больше, относительная погрешность уменьшилась в 10 раз и составляет теперь примерно 5%, что является довольно хорошим результатом.

Для ответа на второй вопрос нужно проделать такие измерения несколько раз, выбирая каждый раз новые крупинки пшена. При этом будут получаться немного разные результаты, что позволит оценить отклонение диаметра от среднего значения. Получившийся у авторов результат (2,1±0,2) мм.

10 класс

Задача 1

Два автомобиля стартовали из одной точки и в течение некоторого времени двигались в одну сторону с постоянными ускорениями a_1 и a_2 соответственно ($a_1>a_2$), а затем в течение такого же времени – с ускорениями a_2 и a_1 соответственно. Какой из них проехал большее расстояние?

Решение

1 способ. Пусть «некоторое время» равно t. Через время t первый автомобиль имеет скорость $v_1=a_1t$, пройдя путь $s_{11}=a_1t^2/2$, а второй – скорость $v_2=a_2t$, пройдя путь $s_{21}=a_2t^2/2$. Через время $2t$ первый автомобиль пройдет путь $s_1=s_{11}+v_1t+a_2t^2/2$, а второй – $s_2=s_{21}+v_2t+a_1t^2/2$. Разность $s_2–s_1=(a_1–a_2)t^2/2>0$, поэтому первый автомобиль проехал большее расстояние.

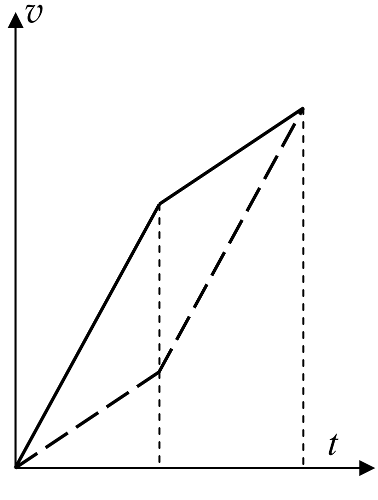

Рис. 1

2 способ. Построим графики зависимости скорости автомобилей от времени (рис. 1). График первого автомобиля показан сплошной линией, второго – прерывистой. Пройденный автомобилем путь есть площадь под этим графиком. Из рисунка

очевидно, что путь первого автомобиля больше.
Ответ: первый автомобиль.

Задача 2

Два одинаковых пластилиновых шарика подвешены на легких нерастяжимых нитях так, что они касаются друг друга (см. рис.2).Один из шариков отклоняют и отпускают. Какая часть его кинетической энергии перешла после удара в теплоту, если при ударе шарики слиплись? Трением пренебречь.

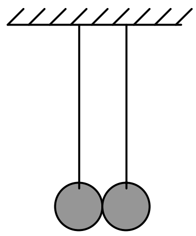

Рис. 2

Решение

Пусть масса каждого шарика m, скорость отклоненного шарика перед ударом v_0. Тогда по закону сохранения импульса $mv_0=2mv$, откуда скорость шариков после удара $v=v_0/2$. Тогда их суммарная кинетическая энергия после удара $2mv^2/2$ составляет половину кинетической энергии налетающего шарика. Следовательно, другая половина его кинетической энергии перешла в тепло.

Ответ: половина.

Задача 3.

Мальчик на улице закрыл бутылку плотной пробкой с площадью основания 2,5 см^2, а затем принес домой. Когда воздух в бутылке прогрелся до температуры 17ºС, пробка из бутылки вылетела. Определите максимальную силу трения пробки о стенки горлышка бутылки, если на улице –3ºС. Атмосферное давление 10^5 Па.

Решение

Пусть p_0 – атмосферное давление, T_0 и T_1 – начальная и конечная температуры воздуха в бутылке. Вследствие изохорного нагревания воздуха в бутылке его давление увеличилось на величину Δp, которую можно определить из закона Шарля: $\frac{p_0}{T_0}=\frac{p_0+\Delta p}{T_1}$, $\Delta p=p_0(\frac{T_1}{T_0}-1)$. Это избыточное давление и создает выдавливающую пробку силу, которая в момент вылета пробки равна силе трения. Тогда $F_{тр}=\Delta pS\approx1{,}9$Н.

Ответ: 1,9 Н.

Задача 4

Определите массу линейки.

Оборудование: линейка, гайка массой (2,14±0,03) г, нитки (на столе в аудитории).

Решение

1. Подвесим линейку на нитке и, перемещая точку подвеса, добьемся горизонтального положения линейки. В этом случае точка подвеса совпадает с центром масс

линейки. Отметим его положение на линейке (или просто запомним, какому делению шкалы это положение соответствует).
2. Теперь подвесим к одному из краев линейки гайку, при этом равновесие нарушится. Будем перемещать точку подвеса в сторону гайки до тех пор, пока горизонтальное положение линейки не окажется опять положением равновесия. Пусть l_1 и l_2 – расстояние от точки подвеса до гайки и до центра масс линейки, которые легко определить непосредственно по шкале. Тогда выполняется правило равенства моментов и $m_{\text{гайки}}l_1=m_{\text{линейки}}l_2$, откуда легко найти массу линейки. Масса выдававшейся участникам линейки была примерно 7 г.
3. Т.к. $m_{\text{линейки}}= m_{\text{гайки}}l_1/l_2$, а при перемножении либо делении величин их относительные погрешности складываются, то относительная погрешность определения массы линейки будет суммой относительных погрешностей массы гайки и плеч l_1 и l_2. Т.к. именно погрешности плеч вносят наибольший вклад, то располагать гайку нужно возможно ближе к краю линейки, чтобы величины плеч были наибольшими.

11 класс

Задача 1

Собачка хочет переплыть речку шириной 10 м. На какое минимальное расстояние ее при этом снесет, если она плавает со скоростью, в два раза меньшей скорости течения реки?

Решение

Скорость собачки относительно берега, очевидно, есть векторная сумма скоростей собачки относительно воды $\boldsymbol{v}$ и скорости течения реки $\boldsymbol{u}$. Для того, чтобы снос при переправе был минимальным, необходимо, чтобы скорость относительно берега составляла наибольший угол со скоростью реки.

Отложим вектор $\boldsymbol{v}$ от конца вектора $\boldsymbol{u}$. Поскольку его направление мы можем выбирать произвольно, то геометрическим местом точек, в которых может находиться конец вектора $\boldsymbol{v}$, является окружность с центром в конце вектора $\boldsymbol{u}$ (рис. 3). Тогда наибольшему углу соответствует такое направление, при котором результирующая скорость является касательной к этой окружности. Тогда выполняются со-

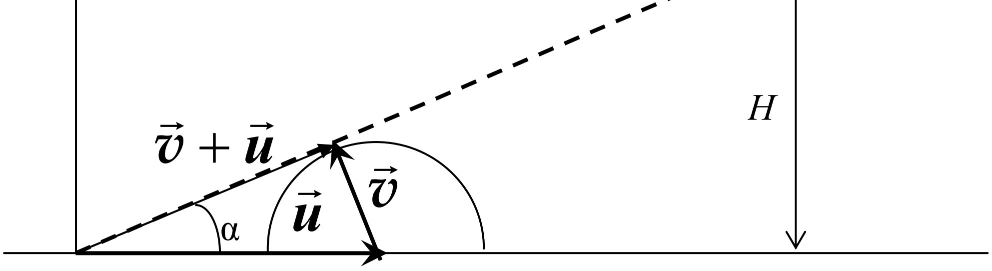

Рис. 3

отношения sin α=v/u=1/2 и $L=H$ ctg α≈17 м.

Ответ: 17 м.

Комментарий: если скорость собачки ориентировать перпендикулярно берегу, то она сможет переправиться за наименьшее время, а вот снос при этом окажется больше – 20 метров.

Задача 2

Работающий холодильник потребляет от сети мощность 500 Вт, а отдает в комнату тепловую мощность 600 Вт. За какое время замерзнет литр воды, поставленный в его морозильную камеру? Начальная температура воды 0ºC, удельная теплота плавления воды $3{,}35\cdot10^5$ Дж/кг.

Решение

Т.к. холодильник потребляет от сети 500 Вт, а отдает в комнату 600 Вт, то «недостающие» 100 Вт он забирает у морозильной камеры. Тогда искомое время

$$t = \frac{3{,}35\cdot10^5\,\frac{Дж}{кг}\cdot 1кг}{100Вт} = 3{,}35\cdot10^3\,с \approx 56 минут,$$

Ответ: за 56 минут.

Задача 3

Фотограф делает снимок здания МГУ высотой 210 м фотоаппаратом с фокусным расстоянием объектива 5 см и размером кадра 24×36 мм. На каком минимальном расстоянии от здания он должен встать, чтобы все здание (по высоте) уместилось в кадре

Решение

Построим ход лучей в линзе (рис. 4). Т.к. расстояние от линзы до здания много больше фокусного расстояния, то можно считать, что изображение находится в фокальной плоскости линзы. Тогда из подобия треугольников получаем

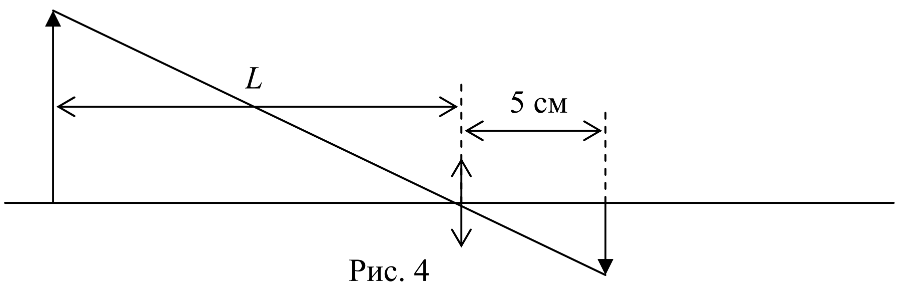

Рис. 4

$L = 5см\frac{210м}{36мм}$≈290 метров.

Ответ: 290 метров.

Задача 4

Определите ускорение свободного падения. Оцените погрешность Ваших измерений.

Оборудование: штатив с перекладиной, грузик, нить, секундомер, измерительная лента.

Решение

Наиболее надежный способ – собрать математический маятник и, измерив его период колебаний, определить ускорение свободного падения из известной формулы $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. Для увеличения точности целесообразно делать длину подвеса как можно больше и определять период, измеряя время довольно большого числа (например, 30) полных колебаний. Для оценки погрешности можно сделать несколько измерений при различных длинах и усреднить результат.