

Саратовский государственный университет  
имени Н.Г.Чернышевского

**МАТЕРИАЛЫ  
ДЛЯ ПОДГОТОВКИ И ПРОВЕДЕНИЯ  
МУНИЦИПАЛЬНОГО ЭТАПА  
LVII ВСЕРОССИЙСКОЙ  
ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ  
ПО ФИЗИКЕ**



Саратов  
2022 г

Комплект заданий подготовлен  
региональной методической комиссией по физике

Координаты для связи (Савин Алексей Владимирович):

E-mail: [sarphys@yandex.ru](mailto:sarphys@yandex.ru) с пометкой «Олимпиада» в теме письма

Адрес: 410012, Саратов, ул. Астраханская, 83, СГУ, Институт физики,  
Савину А.В.

**Задачи предложили:**

**7 класс**

1. Д.О. Любченко
2. В.Н. Шевцов
3. В.Н. Шевцов
4. В.Н. Шевцов

**8 класс**

1. Д.О. Любченко
2. В.Н. Шевцов
3. А.А. Князев
4. В.Н. Шевцов

**9 класс**

1. В.Н. Шевцов
2. В.Н. Шевцов
3. В.Н. Шевцов
4. А.В. Савин
5. А.В. Савин

**10 класс**

1. М.М. Стольниц
2. В.Н. Шевцов
3. Д.В. Савин
4. А.А. Князев
5. А.В. Савин

**11 класс**

1. М.М. Стольниц
2. А.А. Князев
3. А.А. Князев
4. А.А. Князев
5. А.А. Князев

Председатель методической комиссии: А.В. Савин.

Члены методической комиссии: А.А. Дворцов, А.А. Князев, Д.О. Любченко,  
М.Н. Нурлыгаянова, М.В. Поздняков, А.А. Ростунцова, Д.В. Савин,  
М.М. Стольниц, Р.А. Торгашов, В.Н. Шевцов.

Общая редакция – А.В. Савин

Подготовка оригинал-макета – А.В. Савин, Д.В. Савин

**Условия задач****7 класс****1. "Космические часы"**

Известно, что среднее расстояние от Земли до Солнца составляет 149 597 870 700 метров. Данную величину называют астрономической единицей (а.е.) и используют для измерения космических расстояний. Определите длину (в метрах) часовой стрелки часов, конец которой двигался бы со скоростью 173 а.е./сутки.

*Для справки:* длина окружности  $l$  связана с ее радиусом  $r$  формулой  $l=2\pi r$ ,  $\pi \approx 3,14$ .

**2. "Наперегонки"**

Автомобиль ехал вдоль железной дороги со скоростью  $v_1 = 36$  км/ч. Движущийся с постоянной скоростью поезд обогнал его, проехав мимо за время  $t_1 = 30$  с. Автомобиль увеличил скорость до  $v_2 = 90$  км/ч, догнал и обогнал поезд, проехав мимо него за время  $t_2 = 60$  с. Какова длина поезда? Считайте, что длина автомобиля намного меньше длины поезда.

**3. "Типографская жизнь"**

В типографский цех завезли большой рулон бумаги. За сутки непрерывной работы радиус рулона уменьшился в 2 раза. На какое время (при той же интенсивности работы) хватит оставшейся бумаги? Внутренний радиус рулона считать равным нулю. Известно, что объём цилиндрического рулона пропорционален квадрату его диаметра.

**4. "Составная фигурка"**

Детали декоративной фигурки изготовлены из двух материалов, имеющих разную плотность. Одна часть, плотность которой равна  $\rho$ , составляет четверть объема изделия, но треть его массы. Найдите плотность второй части фигурки.

## 8 класс

## 1. "Ровный подъем"

Подъёмник сконструирован следующим образом: жесткий стержень АВ прикреплен к полу, к нему шарнирно прикреплен стержень ВD, к которому шарнирно закреплен стержень DF. К точке F прикреплено кольцо, которое может перемещаться по вертикально закрепленному в т. В стержню (см. рис. 1). К точкам А и С, а также к точкам С и Е шарнирно закреплены два тонких поршня, которые могут сильно удлиняться и удерживать нужную длину. В начальном положении стержень DF горизонтален. Затем поршень АС начинают раздвигать с постоянной скоростью 5 см/с. Через какое время  $t$ . F окажется на максимальной высоте? Определите среднюю скорость изменения длины поршня СЕ за это время. Известно, что  $AB=2DE=2EF=1$  м,  $BC=CD=75$  см.

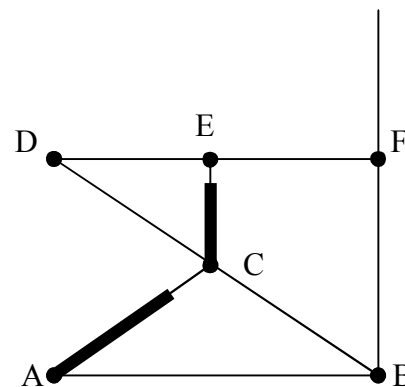


Рис. 1

## 2. "Взвешивание кубиков"

Из легкой пластинки, которую можно считать невесомой, изготовили неравноплечие весы (см. рис. 2). Чтобы уравновесить один кубик, размещенный на левом краю пластинки, к ее правому краю нужно прикладывать силу  $F_1$ . Два одинаковых кубика, расположенных на том же краю вплотную друг к другу, уравновешиваются силой  $F_2$ . Какую силу  $F_4$  нужно приложить к правому краю пластинки, чтобы уравновесить четыре кубика?

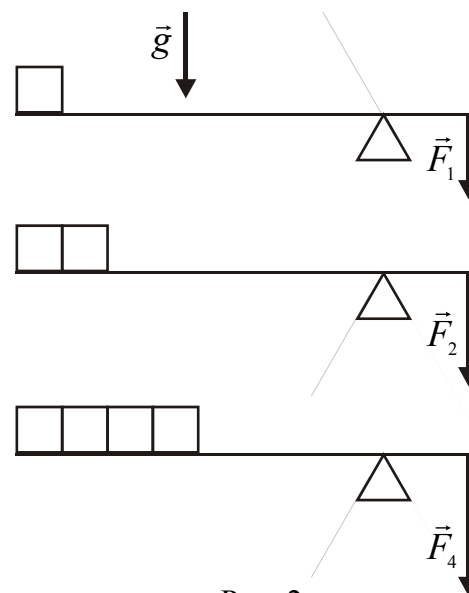


Рис. 2

## 3. "Утка и человек на воде"

Известно, что человек может лежать в воде, не делая резких движений. При этом над поверхностью воды выступает примерно  $1/20$  его объема. А вот, например, утка погружается в воду лишь на  $1/5$  своего объема. Такая разница возникает, в основном, из-за особого строения костей птиц – они полые внутри. Во сколько раз различаются средние плотности тела человека и утки?

#### 4. "Немонотонный нагрев"

Воду в кастрюле нагревают на плите. В некоторый момент времени в кастрюлю доливают стакан холодной воды. Используя график зависимости температуры воды в кастрюле от времени (см. рис. 3), найдите температуру воды в стакане. Теплоёмкостью кастрюли и теплообменом с окружающей средой пренебречь. Тепловая мощность, подводимая к кастрюле, постоянна. Предполагается, что перемешивание холодной и горячей воды происходит мгновенно.

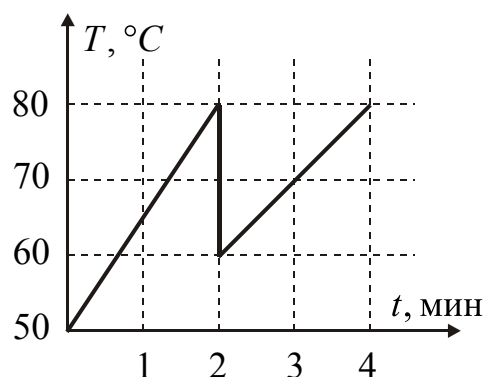


Рис. 3

### 9 класс

#### 1. "Полет мяча"

После сильного удара мяч летит вертикально вверх вдоль стены дома. Мимо окна второго этажа, которое имеет высоту  $h$ , он пролетел за время  $T$ . Чему равна его скорость в момент пролета мимо нижнего края окна? верхнего края окна? Ускорение свободного падения  $g$ , размер мяча много меньше  $h$ , сопротивлением воздуха можно пренебречь.

#### 2. "Отрыв от грунта"

Бакен объёмом  $V=140$  литров на две трети объёма погружён в воду. Он привязан верёвкой к грузу массы  $m=50$  кг, лежащему на каменистом дне (см. рис. 4), причем верёвка немного провисает. Начался прилив, и уровень воды значительно повысился. Определите наименьший объём выступающей из воды части бакена. Плотности материала груза  $\rho=8$  г/см<sup>3</sup>, воды  $\rho_0=1$  г/см<sup>3</sup>.

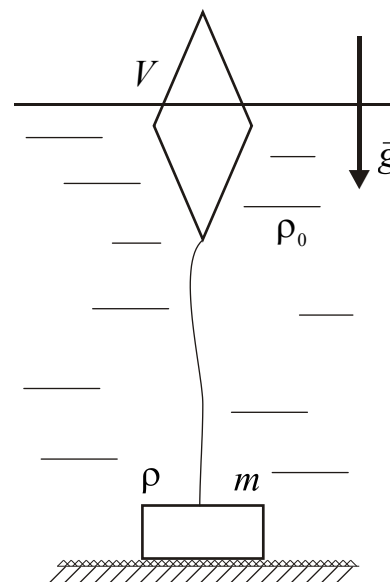


Рис. 4

#### 3. "Согреваем дачный домик"

В холодный осенний день после включения электронагревателя температура воздуха в дачном домике поднялась до  $t_1=10^\circ\text{C}$ . После включения второго такого же нагревателя температура повысилась до  $t_2=17^\circ\text{C}$ . Чему равна температура  $t_0$  наружного воздуха?

#### 4. "Звезда сопротивлений"

В приведенной на рис. 5 схеме звезда собрана из однородной проволоки, источник и вольтметры идеальные, сопротивлением проводов, соединяющих источник и вольтметры со звездой, можно пренебречь. Известно, что вольтметр  $V_3$  показывает 1,2 В. а) Определите показания остальных вольтметров; б) определите, какими будут показания вольтметров, если вольтметр  $V_3$  заменить на идеальный амперметр. Все лучи звезды одинаковы.

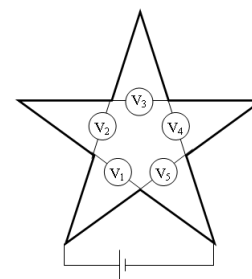


Рис. 5

#### 5. "Удачный ракурс-1"

Художник-абстракционист создал произведение искусства в виде плоской вертикальной абсолютно белой стены, расположенной перед вертикальным плоским зеркалом параллельно ему. Художник-акционист нанес на это произведение две одинаковых узких черных вертикальных полосы во всю высоту стены. Фотокорреспондент заметил, что рядом с произведением искусства расположена узкая колонна (см. рис. 6, на нем показан вид сверху), и решил снять кадр, на котором обе полосы будут закрыты колонной. Построением определите, в каком месте он должен встать. Ширина полос равна ширине колонны и много меньше расстояния между полосами.

Построение сделайте на приложенном отдельном листе и сдайте его вместе с работой. Ход построения опишите в тетради. **Внимание!** Построение без описания засчитано не будет.

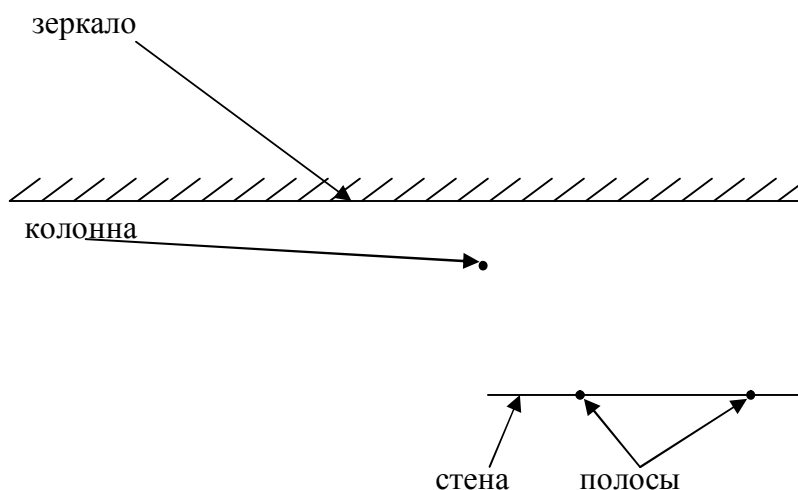


Рис. 6

## 10 класс

## 1. "Меж двух зеркал"

Два плоских "зеркала" (тяжелых массивных неподвижных плиты) расположены так, что их центры лежат на горизонтальном отрезке  $AB$  длины  $l$ , а перпендикуляры к их поверхностям наклонены к горизонтали под одинаковыми углами  $\delta$  (см. рис. 7). Система находится в постоянном и однородном поле силы тяжести (ускорение свободного падения  $g$ ). Между "зеркалами" по замкнутой траектории движется, испытывая абсолютно упругие удары в точках  $A$  и  $B$ , тело, которое можно считать материальной точкой. Определите, при каком  $\delta$  это возможно. Найдите зависимость периода движения тела  $\tau$  (промежутка времени между двумя последовательными отражениями в точке  $A$ ) от угла  $\beta$ , который образует с горизонтом скорость тела при его вылете из этой точки. Сопротивлением воздуха пренебречь.

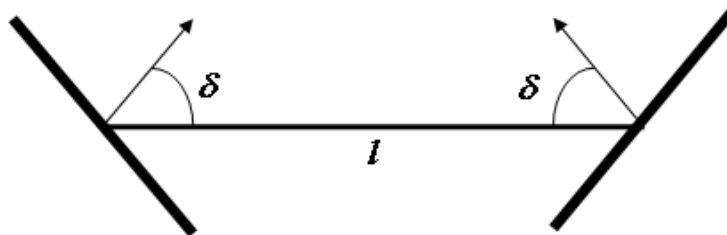


Рис. 7

## 2. «Тележка и груз на наклонной плоскости»

На шероховатой наклонной плоскости, образующей угол  $\alpha$  с горизонтом, покоится тело. Тележка, которая вначале находилась на расстоянии  $L$  от тела, начинает скатываться (см. рис. 8). На какое максимальное расстояние сдвинется вниз тело, если удары между ним и тележкой абсолютно упругие? Массы тележки и тела одинаковы. Коэффициент трения скольжения тела по плоскости  $\mu$ , трением тележки при её движении можно пренебречь.

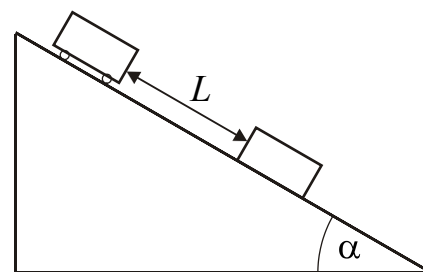


Рис. 8

## 3. "Устойчивое плавание"

В широкий сосуд налит слой жидкости глубиной  $L$ . Плотность жидкости зависит от расстояния до её поверхности  $h$  как  $\rho = \rho_0 + \alpha h$ , где  $\rho_0$  и  $\alpha$  — некоторые известные константы. Определите глубину погружения в такую жидкость тела средней плотностью  $\rho_t$ , имеющего форму прямого цилиндра высотой  $H < L$ . Считайте, что при плавании тело не опрокидывается, т. е. боковые стенки цилиндра всё время остаются вертикальными. Площадь поперечного сечения сосуда много больше площади поперечного сечения тела.

#### 4. "Погнутая стрелка вольтметра"

Пять одинаковых вольтметров включены в отрезок цепи, как показано на рис. 9. Оказалось, что у одного из них погнута стрелка и его показания неверны. Выявите неисправный вольтметр и определите, каким должно быть его показание.

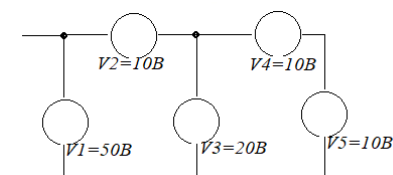


Рис. 9

#### 5. "Удачный ракурс-2"

Художник-абстракционист создал произведение искусства в виде плоской вертикальной абсолютно белой стены, расположенной перед вертикальным плоским зеркалом параллельно ему. Художник-акционист нанес на это произведение две одинаковых узких черных вертикальных полосы во всю высоту стены (см. рис. 10, на котором показан вид сверху). У фотокорреспондента есть узкая вертикальная стойка. Он хочет, расположившись у края произведения искусства, сделать кадр, на котором обе полосы были бы закрыты стойкой. На каком расстоянии от зеркала он должен поставить стойку? Указанные на рис. размеры считайте известными, высота стойки равна высоте стены, ее ширина равна ширине полос и много меньше расстояния между полосами.

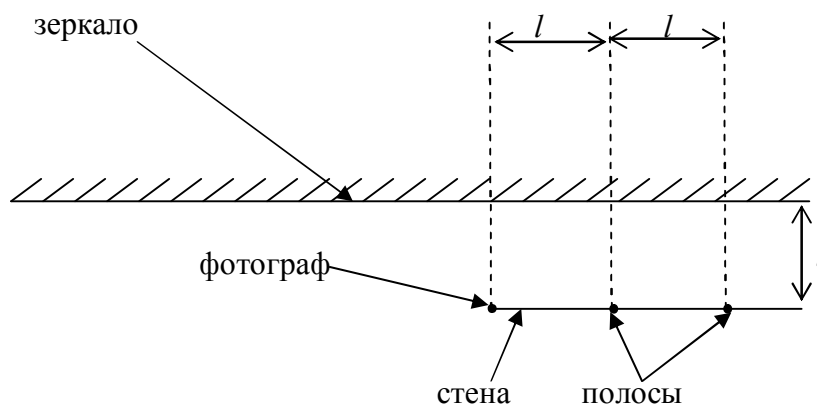


Рис. 10

### 11 класс

#### 1. "На вершину с минимальной энергией"

Точки  $A$  и  $B$  (см. рис. 11) находятся на наклонной плоскости с углом наклона к горизонтали  $\alpha$  на расстоянии  $l$  друг от друга. Из точки  $A$  может вылететь материальная точка массы  $m$  под различными углами к горизонту  $\beta_0$  и с различной начальной кинетической энергией  $E_k$ . При какой минимальной начальной кинетической энергии тело попадет в точку  $B$ ? Чему равна эта энергия? При каком  $\beta_0$  она достигается? Рассматриваются только

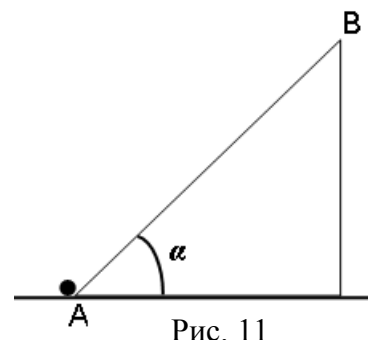


Рис. 11



траектории без изломов. Ускорение свободного падения  $g$ , коэффициент трения скольжения точки по плоскости  $\mu$ , сопротивлением воздуха пренебречь. При решении Вам могут пригодиться следующие соотношения:

$$\sin \varphi \cdot \cos \theta = \frac{\sin(\varphi + \theta) + \sin(\varphi - \theta)}{2}; \quad \sin(\varphi \pm \theta) = \sin \varphi \cdot \cos \theta \pm \cos \varphi \cdot \sin \theta$$

$$\cos \varphi \cdot \cos \theta = \frac{\cos(\varphi + \theta) + \cos(\varphi - \theta)}{2}; \quad \cos(\varphi \pm \theta) = \cos \varphi \cdot \cos \theta \mp \sin \varphi \cdot \sin \theta$$

$$\sin \varphi \cdot \sin \theta = \frac{\cos(\varphi - \theta) - \cos(\varphi + \theta)}{2}$$

## 2. "Стрельба из катапульты"

При испытаниях катапульты (устройства, бросающего камень под некоторым углом к горизонту) оказалось, что максимальной высоты подъема камень достиг на 4 с раньше, чем это следует из расчетов без учета сопротивления воздуха. Считая, что сила сопротивления воздуха прямо пропорциональна скорости движения камня, определите коэффициент пропорциональности. Масса камня 300 г, максимальная высота его подъема 40 м.

## 3. "Термоядерная плазма"

Известно, что в реакторах термоядерного синтеза в плазменном шнуре дейтерий-тритиевой плазмы, удерживаемом магнитными полями, достигается температура в сто миллионов градусов Цельсия. Такую температуру не может выдержать ни один из известных материалов, даже если плазменный шнур не касается стенок камеры. Тем не менее, никакого плавления стенок не происходит. Причина этого заключается в низкой плотности плазмы.

Оцените, во сколько раз отличаются количества теплоты, содержащиеся в единице объема плазмы и в единице объема "обычного" пламени, температура которого составляет около 1000 К. Концентрация частиц в шнуре термоядерной плазмы составляет около  $10^{20} \text{ м}^{-3}$ , концентрация частиц в "обычном" пламени сравнима с концентрацией молекул в воздухе.

## 4. "Маятник в однородном поле"

Заряженный шарик массой  $m$  подвесили на тонкой изолированной невесомой нерастяжимой нити в однородном электрическом поле, вектор напряженности которого  $E$  направлен горизонтально (см. рис. 12). После этого шар отвели (сохраняя нить натянутой) в горизонтальное положение по направлению напряженности поля и отпустили без начальной скорости. Определите силу натяжения нити в момент, когда она образует с вертикалью угол  $\Gamma$ . Заряд шарика  $q$ . Известно, что  $0 < q < mg/E$ .

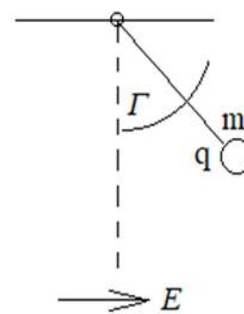


Рис. 12

**5. "Отражение от дна"**

Аквариум имеет форму прямоугольного параллелепипеда, изготовленного из толстого стекла, и установлен на столе на ножках (см. рис. 13). В воду опускают герметизированную лазерную указку. Под каким наибольшим углом  $\alpha$  к дну можно направить ее луч, чтобы он не попал на стол? Показатели преломления: воды 1,33, стекла 1,5.

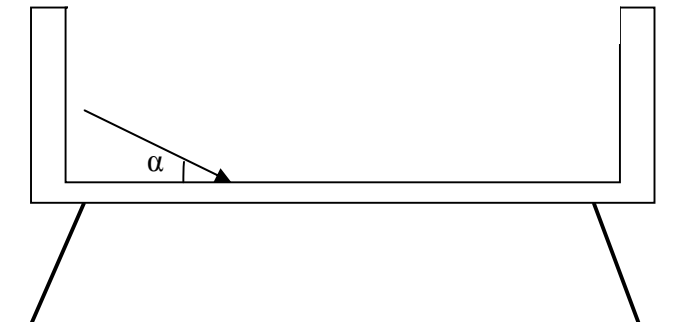


Рис. 13

## Решения задач

## 7 класс

**7-1.** За сутки часовая стрелка сделает два оборота, значит, пройдет две длины окружности  $S = 4\pi r$ . По определению, ее скорость  $v = \frac{S}{t} = \frac{4\pi r}{t}$ . Значит длина часовой стрелки  $r = \frac{vt}{4\pi}$ . Если подставить числа  $r = \frac{173a.e}{4\pi} \approx 13,77a.e \approx 2 \cdot 10^{12} \text{ м}$ .

**Ответ:**  $2 \cdot 10^{12}$  м.

*Комментарии:* 1. Заметим, что это в 13 раз больше, чем средний радиус орбиты Земли.

2. Значение скорости 173 а.е./сут выбрано не случайно – это скорость света в вакууме.

*Критерии оценивания*

Записана связь скорости с длиной стрелки	4
Получена длина стрелки в а.е.	3
Получена длина стрелки в метрах	3

*Указание проверяющему:* 1. Ответы с бóльшим, чем в авторском, числом значащих цифр также следует засчитывать.

2. Если участник решает задачу, считая, что за сутки стрелка делает 1 оборот, то за связь скорости с длиной стрелки ставить 2 балла, а по другим критериям баллы не снижать. В частности, если это единственная ошибка, то оценка должна быть 8 баллов.

**7-2.** Пусть скорость поезда  $u$ , а его длина  $L$ . Тогда из рассмотрения относительного движения имеем:

$$\begin{aligned} \frac{L}{t_1} &= u - v_1, \\ \frac{L}{t_2} &= v_2 - u. \end{aligned} \tag{1}$$

Сложив эти уравнения, исключаем скорость поезда и получаем уравнение относительно его длины  $L$ :

$$\frac{L}{t_1} + \frac{L}{t_2} = v_2 - v_1, \quad L \frac{t_2 + t_1}{t_1 t_2} = v_2 - v_1.$$

Отсюда  $L = \frac{(v_2 - v_1)t_1 t_2}{t_1 + t_2} = \frac{(25 - 10)30 \cdot 60}{30 + 60} = 300$  метров.

**Ответ:** 300 метров

*Критерии оценивания*

Записаны соотношения (1) или аналогичные им	4 (по 2 за каждое)
Получено уравнение, позволяющее определить $L$ (т.е. в котором $L$ – единственная неизвестная величина)	2

Получен ответ	4
---------------	---

Указания проверяющему: 1. Если участник получает верную формулу для  $L$  в общем виде, но ошибается при проведении вычислений (например, в переводе единиц измерения), за ответ нужно ставить 2 балла из 4.

2. Если участник не получает формулы для  $L$  в общем виде, но получает верный ответ, за ответ нужно ставить 4 балла из 4.

3. Если участник не получает формулы для  $L$  в общем виде и ошибается при проведении вычислений (например, в переводе единиц измерения), за ответ нужно ставить 0 баллов из 4.

7-3. Объём бумаги в рулоне пропорционален квадрату диаметра рулона:

$$V_0 \sim d_0^2.$$

Диаметр, как и радиус, за сутки уменьшился вдвое. Поэтому  $d_1 = \frac{d_0}{2}$ , а оставшийся объём

$$V_1 \sim d_1^2.$$

Объём израсходованной за сутки бумаги  $V_0 - V_1$  пропорционален разности квадратов диаметров:

$$V_0 - V_1 \sim d_0^2 - d_1^2.$$

Время работы пропорционально объёму израсходованной бумаги:

$$T \sim d_0^2 - d_1^2,$$

где  $T = 24$  часа.

А искомое время оставшейся работы пропорционально оставшемуся объёму:

$$t \sim V_1 \sim d_1^2.$$

Из сравнения времён получаем пропорцию:

$$\frac{t}{T} = \frac{V_1}{V_0 - V_1} = \frac{d_1^2}{d_0^2 - d_1^2}, \quad (1)$$

из которой выражаем оставшееся время работы с рулоном:

$$t = 24 \frac{d_1^2}{d_0^2 - d_1^2}.$$

Подставив сюда  $d_1 = \frac{d_0}{2}$ , найдем  $t = 24 \frac{1/4}{1 - 1/4} = \frac{24}{3} = 8$  часов.

**Ответ:** оставшейся бумаги хватит на 8 часов работы.

**Критерии оценивания**

Указано, что объём израсходованной бумаги пропорционален разности квадратов диаметров	3
Записана пропорция (1) или аналогичное соотношение	4
Получен ответ	3

7-4. Пусть объём первой части фигурки  $V_1$ , а  $m_1$  – её масса. Тогда объём ее второй части  $V_2 = 3V_1$ , а масса  $m_2 = 2m_1$ .

По определению плотность второй части  $\rho_2 = \frac{m_2}{V_2} = \frac{2m_1}{3V_1}$ . Но  $\frac{m_1}{V_1} = \rho$ , тогда  $\rho_2 = 2\rho/3$ .

**Ответ:**  $\rho_2 = \frac{2}{3}\rho$ .

#### Критерии оценивания

Записана связь объемов первой и второй части	2
Записана связь масс первой и второй части	2
Записано определение плотности для второй части	3
Получен ответ	3

### 8 класс

**8-1.** Точка F будет находиться на максимальной высоте, если стержни BD и DF образуют прямую. Тогда треугольник ACB становится прямоугольным, и длина стержня  $AC_{\text{кон}}$  определяется по теореме Пифагора  $AC_{\text{кон}} = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 125$  см. Т.к. C – середина DB, а треугольник ADB в начальный момент времени прямоугольный, то начальная длина  $AC = CB = 75$  см. Тогда время, требуемое на подъем, составляет  $(125 - 75) \text{ см} / 5 \text{ см/с} = 10$  с.

Длина поршня CE в начальный момент составляла  $CE_{\text{нач}} = \sqrt{CD^2 - DE^2} = 56$  см, а в конечный  $CE_{\text{кон}} = CD + DE = 125$  см. Тогда средняя скорость изменения его длины  $(125 - 56) \text{ см} / 10 \text{ с} = 6,9 \text{ см/с}$ .

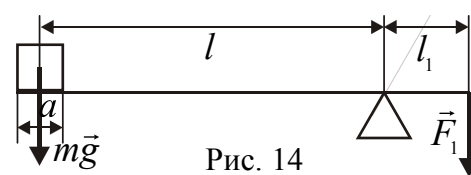
**Ответ:** 10 с, 6,9 см/с.

#### Критерии оценивания

Изображено или описано конечное состояние конструкции	4
Определено время движения	3
Определена средняя скорость изменения длины CE	3

**8-2.** Обозначим через  $l$  и  $l_1$  плечи образовавшегося рычага, а через  $a$  — длину ребра кубика (рис. 14). Составим условие равновесия первого кубика:

$$F_1 l_1 = mgl. \quad (1)$$



С учетом принятых обозначений условие равновесия двух кубиков запишется в виде:

$$F_2 l_1 = mgl + mg(l - a) = mg(2l - a). \quad (2)$$

Аналогично получаем условие равновесия четырёх кубиков

$$F_4 l_1 = mgl + mg(l - a) + mg(l - 2a) + mg(l - 3a) = 2mg(2l - 3a). \quad (3)$$

Поделив (2) на (1) найдем соотношение размеров:  $\frac{F_2}{F_1} = \frac{(2l - a)}{l} = 2 - \frac{a}{l}$ ,

$$\frac{a}{l} = 2 - \frac{F_2}{F_1}. \quad (4)$$

Теперь поделим (3) на (1):  $\frac{F_4}{F_1} = \frac{2(2l - 3a)}{l} = 2\left(2 - 3\frac{a}{l}\right)$ . С учетом (4) получим:

$$F_4 = 2F_1\left(2 - 3\frac{a}{l}\right) = 2F_1\left(2 - 3\left(2 - \frac{F_2}{F_1}\right)\right) = 6F_2 - 8F_1.$$

**Ответ:** Четыре кубика уравниваются силой  $F_4 = 6F_2 - 8F_1$ .

**Критерии оценивания**

Записаны условия равновесия одного кубика	1
двух кубиков	2
четырёх кубиков	2
Получен ответ	5

*Указание проверяющему:* решения, в которых не учитываются размеры кубиков, оценивать не выше 2 баллов

**8-3.** Условие плавания тела имеет вид  $g\rho_v V_{\text{п}} = gm = g\rho_{\text{т}} V_{\text{т}}$  (здесь  $V_{\text{т}}$  – объем тела, а  $V_{\text{п}}$  – объем его погруженной части). Тогда  $V_{\text{п}}/V_{\text{т}} = \rho_{\text{т}}/\rho_{\text{в}}$ . (1)

В соответствии с условием для утки  $V_{\text{п}}/V_{\text{т}} = \rho_{\text{у}}/\rho_{\text{в}} = 1/5$ , а для человека  $V_{\text{п}}/V_{\text{т}} = \rho_{\text{ч}}/\rho_{\text{в}} = 19/20$ , откуда  $\rho_{\text{ч}}/\rho_{\text{у}} = 19/4 = 4,75$ .

**Ответ:** плотность человека больше плотности утки в 4,75 раза.

**Критерии оценивания**

Записано условие плавания	2
Записано соотношение (1)	3
Получен ответ	5

*Указание проверяющему:* 1. Допускается сразу записывать соотношение (1). В этом случае его нужно оценивать в 5 баллов.

2. Если участник неверно интерпретирует данные условия (например, записывает, что  $\rho_{\text{ч}}/\rho_{\text{в}} = 1/20$ ), за ответ ставить не более 1 балла.

**8-4.** Пусть  $P$  — подводимая тепловая мощность,  $T_0$  — искомая температура воды в стакане,  $T_1 = 60$  °С,  $T_2 = 80$  °С,  $T_3 = 50$  °С. В первые две минуты нагревается вода в кастрюле:

$$P = c_B M \frac{T_2 - T_3}{\Delta t}, \quad (1)$$

где  $M$  — масса воды в кастрюле,  $c_B$  — удельная теплоемкость воды,  $\Delta t = 2$  минуты — временной интервал. После добавления стакана холодной воды массой  $m$  происходит резкое уменьшение температуры воды от  $T_2$  до  $T_1$ . На втором этапе справедливо следующее уравнение теплового баланса:

$$P = c_B (M + m) \frac{T_2 - T_1}{\Delta t}. \quad (2)$$

Поделив (2) на (1), найдем отношение масс воды в кастрюле и стакане:

$$1 = \frac{(M + m) T_2 - T_1}{M T_2 - T_3}, \quad \frac{(M + m)}{M} = \frac{T_2 - T_3}{T_2 - T_1}, \quad \frac{m}{M} = \frac{T_2 - T_3}{T_2 - T_1} - 1,$$

$$\frac{M}{m} = \frac{T_2 - T_1}{T_1 - T_3} = \frac{80 - 60}{60 - 50} = 2. \quad (3)$$

Составим уравнение теплового баланса для теплообмена холодной и горячей воды в момент времени  $t=2$  минуты:

$$c_B M (T_2 - T_1) = c_B m (T_1 - T_0). \quad (4)$$

Отсюда выражаем температуру холодной воды:

$$T_0 = T_1 - \frac{M}{m} (T_2 - T_1) = T_1 - \frac{(T_2 - T_1)^2}{(T_1 - T_3)} = 60 - \frac{20^2}{10} = 20 \text{ }^\circ\text{C}.$$

**Ответ:** Температура холодной воды в стакане  $T_0 = T_1 - \frac{(T_2 - T_1)^2}{(T_1 - T_3)} = 20 \text{ }^\circ\text{C}.$

#### Критерии оценивания

Записаны уравнения теплового баланса для первого и второго участков нагрева	3 (если только одно уравнение, то 2 балла)
Записано уравнение теплового баланса для теплообмена после доливания воды	2
Получен ответ	5

### 9 класс

**9-1.** Пусть у нижнего края окна мяч имел скорость  $v_1$ . Тогда из законов равноускоренного движения следует  $h = v_1 T - gT^2/2$ . Отсюда  $v_1 = \frac{h}{T} + \frac{gT}{2}$ .

Скорость у верхнего края окна  $v_2 = v_1 - gT = \frac{h}{T} - \frac{gT}{2}$ .

**Ответ:** у нижнего края окна  $\frac{h}{T} + \frac{gT}{2}$ , у верхнего  $\frac{h}{T} - \frac{gT}{2}$

#### Критерии оценивания

Для каждой из требуемых скоростей 2,5 балла за запись уравнения, из которого ее можно найти путем алгебраических преобразований, и 2,5 балла – за получение окончательного ответа. Итоговую сумму нужно округлить до целых в большую сторону.

**9-2.** Пусть  $M$  — масса бакена. В исходном состоянии на бакен действует сила тяжести  $Mg$ , которая уравновешена силой Архимеда, обусловленной частичным погружением бакена в воду:

$$Mg = \rho_0 \frac{2}{3} Vg. \quad (1)$$

При подъеме уровня воды бакен будет подниматься. В определенный момент веревка натянется, после чего условие равновесия бакена примет вид:

$$Mg + T = F_A = \rho_0 V_n g. \quad (2)$$

До тех пор, пока груз не отрывается от дна, объем бакена, погруженный в воду  $V_{\text{п}}$  и, соответственно, действующая на него сила Архимеда  $F_A$ , будут увеличиваться.

Поскольку дно каменистое, вода подтекает под груз, и на него действует сила Архимеда

$$F_{Ar} = \rho_0 V_1 g = \frac{\rho_0}{\rho} mg. \quad (3)$$

Тогда условие отрыва груза от грунта будет иметь вид

$$T = mg - F_{Ar} = mg \left( 1 - \frac{\rho_0}{\rho} \right). \quad (4)$$

Подставляя это выражение в (2), найдем максимальный погруженный объем бакена

$$V_{\text{п}} = \frac{2}{3} V + m \left( \frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho} \right). \quad (5)$$

Подставляя числовые значения, получаем  $V_{\text{п}}=137$  л. Это меньше полного объема бакена, значит, груз всплывет и дальнейшее погружение бакена прекратится. Соответственно, минимальный объем выступающей над водой  $140-137=3$  л.

**Ответ:** 3 л.

#### Критерии оценивания

Записано условие плавания бакена в начальном положении	2
Записано условие отрыва груза от дна	3
Найден погруженный объем бакена, при котором происходит отрыв груза от дна	3
Получен ответ	2

*Указание проверяющему:* решения, в которых не учитывается действующая на груз сила Архимеда, оценивать не выше 3 баллов.

**9-3.** По закону сохранения энергии в установившемся режиме мощность нагревателя равняется мощности тепловых потерь в окружающую среду. Логично предположить, что в первом приближении мощность тепловых потерь пропорциональна разности температур воздуха внутри домика и снаружи (это утверждение известно также как закон Ньютона-Рихмана). Пусть  $N$  — мощность нагревателя. Тогда при работе одного устройства получаем:

$$N = k(t_1 - t_0),$$

а при работе двух нагревателей

$$2N = k(t_2 - t_0).$$

Поделив второе уравнение на первое, получим:

$$\frac{t_2 - t_0}{t_1 - t_0} = 2, \quad t_2 - t_0 = 2(t_1 - t_0), \quad t_0 = 2t_1 - t_2 = 2 \cdot 10 - 17 = 3^\circ\text{C}.$$

**Ответ:**  $3^\circ\text{C}$

#### Критерии оценивания

Сформулирована идея о наличии потерь тепла в окружающую среду	2
Записано уравнение теплового баланса для одного нагревателя	3



	для двух нагревателей	3
Получен ответ		2

*Указание проверяющему:* если идея о наличии потерь не сформулирована явно, но в решении потери корректно учитываются, баллы за п. 1 ставить.

**9-4.** Пусть  $R$  – сопротивление одного "луча", а  $U_0$  – напряжение источника. Идеальный вольтметр обладает бесконечно большим сопротивлением, поэтому вольтметры можно заменить на разрывы цепи. Тогда получаем эквивалентную схему из параллельно подключенных ветвей с сопротивлениями  $2R$  и  $8R$ . По ним текут, соответственно, токи  $I_1=U_0/2R$  и  $I_2=U_0/8R$ . Показания вольтметров 1 и 5 определяются как разность падений напряжений на подключенных к ним лучах, т.е.  $U_1=U_5=(I_1-I_2)R=3U_0/8$ . Показания же вольтметров 2-4 соответствуют падению напряжения на двух последовательно подключенных лучах, т.е.  $U_2=U_3=U_4=2I_2R=U_0/4$ . Тогда  $U_1=1,5U_3=1,8$  В.

Если же заменить вольтметр  $V_3$  на идеальный амперметр, то, поскольку его сопротивление равно нулю, два верхних луча окажутся закороченными, и сопротивление верхней ветви станет  $6R$ , а ток через нее, соответственно,  $I_2'=U_0/6R$ . Аналогично п. а) получаем  $U_1=U_5=(I_1-I_2')R=U_0/3$ ,  $U_2=U_4=2I_2'R=U_0/3$ , т.е. показания всех вольтметров станут равны  $4/3U_3=1,6$  В.

**Ответ:** а) вольтметры 1 и 5 показывают 1,8 В, 2 и 4 – 1,2 В; б) все вольтметры показывают 1,6 В.

#### *Критерии оценивания*

Изображена (или описана) эквивалентная схема без вольтметров	1
Определены показания вольтметров 1 и 5	2
2 и 4	2
Корректно изображена (или описана) эквивалентная схема, соответствующая случаю б)	2
Определены показания вольтметров 1 и 5 в случае б)	2
2 и 4 в случае б)	1

*Указание проверяющему:* если показания вольтметров выражены через  $U_0$ , но числовое значение  $U_0$  не найдено, по соответствующему критерию ставить на балл меньше максимального.

**9-5.** Понятно, что закрыть одним точечным объектом два в общем случае нельзя. Поэтому идея кадра заключается в том, чтобы снимать отражение стены (и полос) в зеркале. Тогда изображение одной из полос можно закрыть самой колонной, а другой – ее отражением в зеркале.

Соответственно, нужно построить отражения полос и колонны в зеркале, после чего провести прямые, соединяющие изображение левой полосы с изображением колонны, а правой – с колонной. Пересечение этих прямых и даст точку, в которую нужно встать фотографу (см. рис. 15)

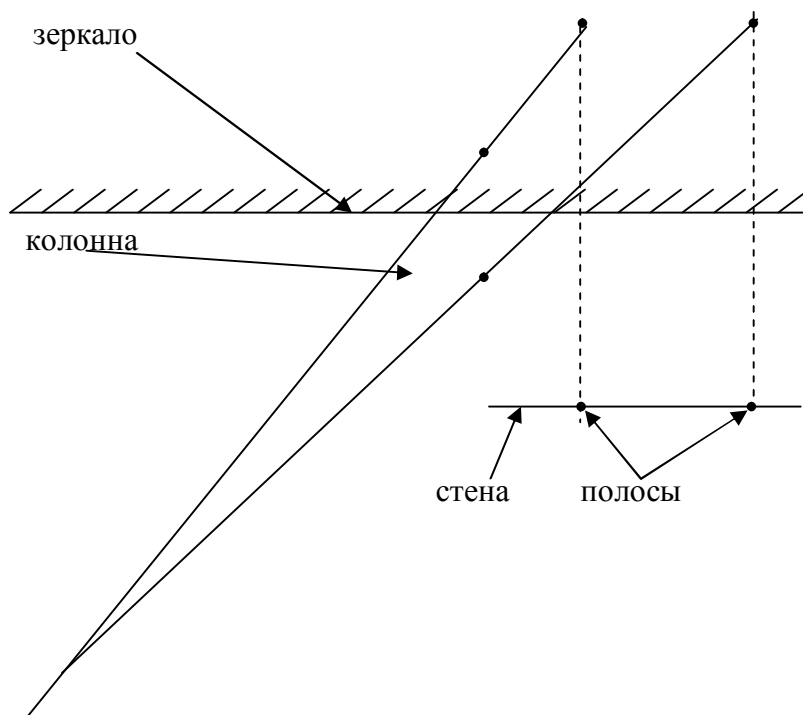


Рис. 15

**Критерии оценивания**

Построены изображения полос и колонны	3 (по 1 баллу за каждое)
Построена нужная точка	7

*Указание проверяющему:* 1. Требовать описания построения изображений полос и колонны в зеркале не нужно, достаточно того, что они построены.

2. При отсутствии пояснений к построению положения фотографа баллы за него не ставить.

**10 класс**

**10-1.** Между двумя точками, лежащими на одной горизонтали, тело, движущееся под действием силы тяжести с заданным модулем начальной скорости  $v_0$ , может пролететь всего двумя способами: по настильной или навесной траекториям. Этим траекториям соответствуют два значения угла между вектором начальной скорости и горизонталью. Связь указанных величин определяется формулой

$$2v_0^2 \sin \beta \cdot \cos \beta = gl. \quad \rightarrow \quad v_0 = \sqrt{\frac{gl}{2 \sin \beta \cdot \cos \beta}}$$

Отсюда, как нетрудно показать, непосредственно следует, что указанными двумя значениями угла могут быть любые величины  $\beta_1, \beta_2$  из интервала  $(0, 90^\circ)$ , связанные соотношением  $\beta_1 + \beta_2 = 90^\circ$ . Кроме того, т.к. начальная и конечная точка находятся на одной высоте, угол вектора скорости в конечной точке составляет с горизонталью угол, равный по модулю углу в исходной точке. Следовательно, если зеркало отразит тело, падающее на него под углом  $\beta_1$ , под уг-

лом  $\beta_2$  (и наоборот), то отражённое тело вернётся в исходную точку. А так как нормаль является биссектрисой угла между векторами скорости падающего и отражённого тела, то  $\beta_1 + \beta_2 = 2\delta$ . Отсюда следует, что  $\delta = 45^\circ$ .

Время полёта тела из точки  $A$  в точку  $B$   $t_1 = l/v_0 \cos \beta_1$ , а в обратном направлении  $t_2 = l/v_0 \cos \beta_2$ . Тогда

$$\begin{aligned}\tau &= \frac{l}{v_0 \cos \beta_1} + \frac{l}{v_0 \cos \beta_2} = \frac{l}{v_0} \cdot \left( \frac{1}{\cos \beta_1} + \frac{1}{\sin \beta_1} \right) = \\ &= l \cdot \sqrt{\frac{2 \sin \beta_1 \cdot \cos \beta_1}{gl}} \cdot \left( \frac{1}{\cos \beta_1} + \frac{1}{\sin \beta_1} \right) = \sqrt{\frac{2l}{g}} \cdot (\sqrt{\operatorname{tg} \beta_1} + \sqrt{\operatorname{ctg} \beta_1})\end{aligned}$$

**Ответ:**  $\delta = 45^\circ$ ,  $\tau = \sqrt{\frac{2l}{g}} (\sqrt{\operatorname{tg} \beta_1} + \sqrt{\operatorname{ctg} \beta_1})$ .

#### Критерии оценивания

Указано, что $\beta_1 + \beta_2 = 90^\circ$	2
Получено значение $\delta$	3
Записаны формулы для времени полета тела из $A$ в $B$ и из $B$ в $A$	2 (по 1 за каждую)
Получен ответ	3

*Указание проверяющему:* в качестве верного следует засчитывать любую форму ответа, которая приводится к указанной тождественными преобразованиями без использования других соотношений.

**10-2.** Обозначим искомое расстояние через  $x$ . В конечном итоге тело и тележка будут покоиться, контактируя между собой. При ударах потерь кинетической энергии (перехода её в теплоту) нет: механическая энергия теряется только вследствие трения тела о плоскость. Поэтому по закону изменения механической энергии изменение кинетической энергии плюс изменение потенциальной энергии будет равно работе силы трения:

$$\Delta E_k + \Delta E_p = A_{TP}.$$

Начальная и конечная кинетические энергии тела и тележки равны нулю, т.е.  $\Delta E_k = 0$ .

Потенциальная энергия тела уменьшится на  $mgx \sin \alpha$ , а тележки — на  $mg(L+x) \sin \alpha$ :

$$\Delta E_p = -mg(L+2x) \sin \alpha. \quad (1)$$

Сила трения, действующая на тело (на тележку она не действует), равна  $F_{TP} = \mu N = \mu mg \cos \alpha$ . Работа силы трения

$$A_{TP} = -F_{TP} \cdot x = -\mu mg \cos \alpha \cdot x.$$

Объединяя уравнения, получим:

$$mg(L+2x) \sin \alpha = \mu mg \cos \alpha \cdot x, \quad (L+2x) = \mu \operatorname{ctg} \alpha \cdot x, \quad L = (\mu \operatorname{ctg} \alpha - 2) \cdot x,$$

$$x = \frac{L}{(\mu \operatorname{ctg} \alpha - 2)}.$$

При  $\mu < 2 \operatorname{tg} \alpha$  этот ответ не имеет смысла, т.к. в этом случае тело с тележкой будут всё время соскальзывать.

**Ответ:**  $x = \frac{L}{(\mu \operatorname{ctg} \alpha - 2)}$  при  $\mu < 2 \operatorname{tg} \alpha$

**Критерии оценивания**

Записан (явно или неявно) закон сохранения энергии в общем виде	1
Определено изменение потенциальной энергии груза	2
тележки	2
Определена работа силы трения	2
Получен ответ	2
Указано условие его существования	1

**10-3.** Для записи условия плавания нужно рассчитать силу Архимеда, действующую на тело. В жидкости переменной плотности это проще всего сделать, вычислив разность давлений на верхнюю и нижнюю грани тела (сила давления на боковые грани не имеет в данном случае вертикальной компоненты). Давление жидкости на глубине  $h$  рассчитаем как отношение веса столба жидкости площадью поперечного сечения  $s$  к этой площади. Массу жидкости в столбе высотой  $h$  можно вычислить как площадь под графиком зависимости  $\rho s(h)$  (см. рис. 16).

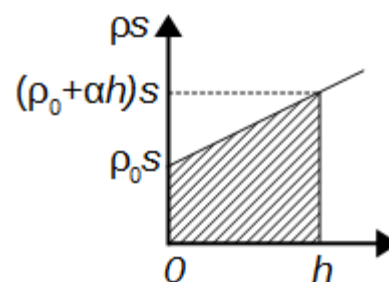


Рис. 16

Тогда получим  $p(h) = m(h)g/s = (\rho_0 + \frac{1}{2} \alpha h)gh$ .

Рассмотрим сначала ситуацию плавания тела в толще жидкости. Пусть верхняя грань тела находится на глубине  $h_0$ . Тогда сила Архимеда  $F_A = (p(h_0+H) - p(h_0))S$ , где  $S$  – площадь поперечного сечения тела. После преобразования получим  $F_A = (\rho_0 H + \frac{1}{2} \alpha H(2h_0+H))gS$ . Приравняв силу Архимеда к силе тяжести  $Mg = \rho_T SHg$ , найдём  $h_0 = (\rho_T - \rho_0)/\alpha - H/2$ , нижняя грань погрузится на глубину  $h_{\text{п}} = (\rho_T - \rho_0)/\alpha + H/2$ .

Исследуем границы применимости полученной формулы.

Тело достигнет дна в случае, если рассчитанная по полученной формуле глубина погружения станет удовлетворять условию  $h_{\text{п}} > L$  (изменением уровня воды в сосуде пренебрегаем, т.к. по условию площадь поперечного сечения сосуда много больше площади поперечного сечения тела), что после преобразований даёт  $\rho_T > \rho_0 + \alpha(L-H/2)$ . В этом случае глубина погружения нижней грани  $h_{\text{п}} = L$ . Тело не погрузится в жидкость полностью в случае, если  $h_{\text{п}} < H$ , что после преобразований даёт  $\rho_T < \rho_0 + \alpha H/2$ . В этом случае условие плавания примет вид  $Mg = p(h_{\text{п}})S$ . Выбирая положительный корень квадратного уравнения, получим

$$h_{\text{п}} = \sqrt{\left(\frac{\rho_0}{\alpha}\right)^2 + \frac{2\rho_m H}{\alpha}} - \frac{\rho_0}{\alpha}.$$

**Ответ:** нижняя грань тела погрузится на глубину

$$\bullet \quad h_{\text{п}} = \sqrt{\left(\frac{\rho_0}{\alpha}\right)^2 + \frac{2\rho_m H}{\alpha}} - \frac{\rho_0}{\alpha} \text{ при } \rho_{\text{т}} < \rho_0 + \alpha H/2, \quad (1)$$

$$\bullet \quad h_{\text{п}} = (\rho_{\text{т}} - \rho_0)/\alpha + H/2 \text{ при } \rho_0 + \alpha H/2 \leq \rho_{\text{т}} \leq \rho_0 + \alpha(L-H/2), \quad (2)$$

$$\bullet \quad h_{\text{п}} = L \text{ при } \rho_{\text{т}} > \rho_0 + \alpha(L-H/2). \quad (3)$$

**Критерии оценивания**

Получена формула для зависимости давления жидкости от глубины	2
Вычислена сила Архимеда, действующая на тело	1
Записано условие плавания	1
Получен ответ: случай 1	2
случай 2	2
случай 3	2

*Указание проверяющему:* если участник получает верную формулу для зависимости давления от глубины без достаточного обоснования, то баллы за нее не ставятся, но дальнейшее решение оценивается по критериям.

**10-4.** Изобразим направления токов в цепи (см. рис. 17). Показания вольтметров могут быть определены как произведение текущего через него тока на его сопротивление (которое у всех вольтметров одинаковое).

Поскольку вольтметр 3 подключен параллельно вольтметрам 4 и 5, то должно выполняться условие  $V_3 = V_4 + V_5$ , а поскольку вольтметры 4 и 5 подключены последовательно, то текущий через них ток одинаковый, поэтому их показания должны быть одинаковы. Видно, что оба эти условия выполняются, поэтому показания вольтметров 3-5 верные.

Ток, текущий через вольтметр 2, равен сумме токов, текущих через вольтметры 3 и 4, поэтому его показания должны быть суммой показаний вольтметров 3 и 4, т.е. 30 В (а не 10, как указано на рис.). Осталось проверить, что при таком показании будут выполнены законы параллельного соединения, а именно показание вольтметра 1 будет равно сумме показаний вольтметров 2 и 3. Это действительно так.

Ток, текущий через вольтметр 2, равен сумме токов, текущих через вольтметры 3 и 4, поэтому его показания должны быть суммой показаний вольтметров 3 и 4, т.е. 30 В (а не 10, как указано на рис.). Осталось проверить, что при таком показании будут выполнены законы параллельного соединения, а именно показание вольтметра 1 будет равно сумме показаний вольтметров 2 и 3. Это действительно так.

**Ответ:** вольтметр 2, 30 В

**Критерии оценивания**

Показано, что показания вольтметров 3-5 верные, т.е. для контура 3-4-5 выполняются два условия	4 (по 2 за каждое условие)
Показано, что показания вольтметра 2 неверные	2
Определены его верные показания	2
Показано, что при этих показаниях выполняется оставшееся условие	2

*Указание проверяющему:* конкретный ход рассуждений участника может быть различным, однако он обязательно должен включать проверку двух условий (для токов и для напряжений) для каждого из двух контуров схемы. Помимо приведенных рассуждений, возможны, например, ссылки на законы Кирхгофа.

**10-5.** Понятно, что закрыть одним точечным объектом два в общем случае нельзя. Поэтому идея кадра заключается в том, чтобы снимать отражение стены (и

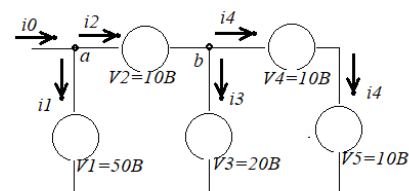


Рис. 17

полос) в зеркале. Тогда изображение одной из полос можно закрыть самой стойкой, а другой – ее отражением в зеркале (см. рис. 18).

На рис. 18  $O$  – положение фотографа,  $A$ ,  $B$  и  $C$  – положения полос и стойки,  $A'$ ,  $B'$  и  $C'$  – положения их изображений.

Из заданных расстояний и правил построения изображений следует, что  $\operatorname{tg}\angle A'OA=2$ ,  $\operatorname{tg}\angle B'OA=1$ ,  $DF=l/2$ . Чтобы т.  $C'$  действительно была изображением т.  $C$ , нужно, чтобы  $C'E=CE$ . Т.к.  $DE=CE/2$  и  $EF=CE$ , то  $3CE/2=l/2$ , откуда  $CE=l/3$ . Это и есть искомое расстояние

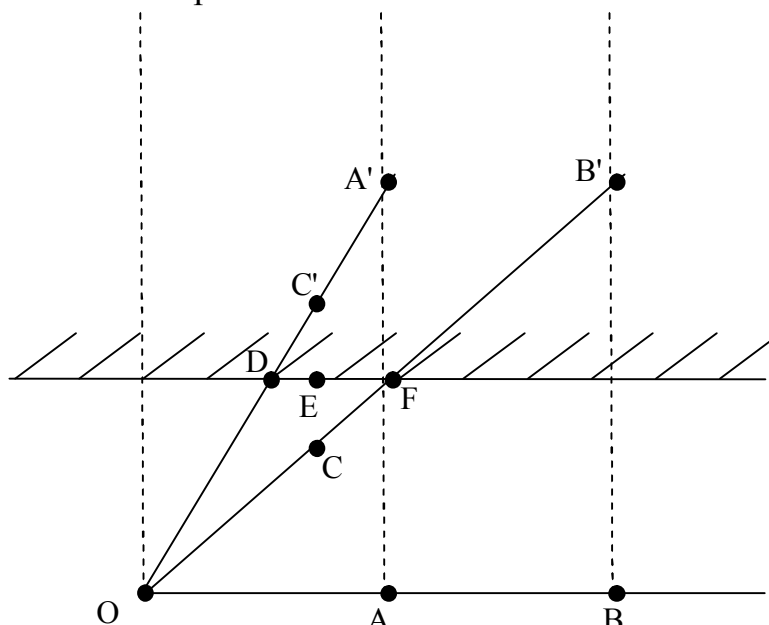


Рис. 18

**Ответ:** на расстоянии  $l/3$ .

#### Критерии оценивания

Построены изображения полос в зеркале	1
Сделан рисунок, иллюстрирующий основную идею решения	5
Получен ответ	4

*Указание проверяющему:* 1. Для того, чтобы можно было засчитать рисунок как верный, на нем должны быть (возможно, схематически) помечены положения колонны и ее изображения и обязательно должно быть указано, что расстояния от этих точек до зеркала равны (требовать, чтобы они в действительности были равны на рисунке участника, не нужно).

2. Вместо аналитических расчетов можно засчитывать графическое определение расстояния, если участник явно указывает, что он строит рисунок в масштабе и проводит по нему измерения, при этом расстояния от стойки и ее изображения до зеркала на рисунке участника должны быть действительно равны.

### 11 класс

**11-1.** Рассмотрим возможные типы движений. Поскольку условие отсутствия изломов исключает движение с ударами тела о наклонную плоскость в точках между  $A$  и  $B$ , остаются два допустимых варианта: а) скольжение вверх по наклонной плоскости с трением (т.е.  $\beta_0=\alpha$ ); б) движение тела, брошенного под уг-

лом к горизонту под действием силы тяжести из точки  $A$  (т.е.  $90^\circ > \beta_0 > \alpha$ , т.к. при  $\beta_0 > 90^\circ$  тело не сможет попасть в точку  $B$ ).

Случай а). Тело движется равнозамедленно вдоль отрезка  $AB$  с некоторой начальной скоростью  $v_0$  и кинетической энергией  $E_k = mv_0^2/2$  под действием силы тяжести и силы трения, сумма проекций которых на наклонную плоскость равна  $F_\Sigma = -mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha$ . Минимальное значение  $E_k$  потребуется, если тело в точке  $B$  остановится. В этом случае начальная кинетическая энергия равна работе сил, т.е

$$E_{k\min} = mgl(\sin \alpha + \mu \cos \alpha). \quad (1)$$

б) Траектория тела описывается формулой

$$\Delta y = \left( \operatorname{tg} \beta_0 - \frac{g \Delta x}{2v_0^2 (\cos \beta_0)^2} \right) \cdot \Delta x.$$

В частности, это уравнение верно, если  $\Delta x, \Delta y$  – разность соответствующих координат т.  $A$  и  $B$ . Так как  $\Delta x = l \cos \alpha, \Delta y = l \sin \alpha$ , то

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \beta_0 - \frac{gl \cos \alpha}{2v_0^2 (\cos \beta_0)^2},$$

откуда

$$v_0^2 = \frac{gl \cos \alpha}{2(\cos \beta_0)^2 (\operatorname{tg} \beta_0 - \operatorname{tg} \alpha)}, \quad E_k = \frac{mgl \cos \alpha}{4(\cos \beta_0)^2 (\operatorname{tg} \beta_0 - \operatorname{tg} \alpha)},$$

Полученное выражение зависит от угла  $\beta_0$ . Определим, при каком  $\beta_0$  достигается его минимальное значение. Для этого преобразуем формулу для начальной скорости, используя формулы, приведённые в условии задачи:

$$\operatorname{tg} \beta_0 - \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \beta_0}{\cos \beta_0} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sin \beta_0 \cdot \cos \alpha - \cos \beta_0 \cdot \sin \alpha}{\cos \beta_0 \cdot \cos \alpha} = \frac{\sin(\beta_0 - \alpha)}{\cos \beta_0 \cdot \cos \alpha}$$

$$2 \cos \beta_0 \cdot \sin(\beta_0 - \alpha) = \sin(2\beta_0 - \alpha) + \sin(-\alpha) = \sin(2\beta_0 - \alpha) - \sin(\alpha)$$

$$v_0^2 = \frac{gl \cos \alpha}{2(\cos \beta_0)^2 (\operatorname{tg} \beta_0 - \operatorname{tg} \alpha)} = \frac{gl(\cos \alpha)^2 \cdot \cos \beta_0}{2(\cos \beta_0)^2 \cdot \sin(\beta_0 - \alpha)} = \frac{gl(\cos \alpha)^2}{2 \cos \beta_0 \cdot \sin(\beta_0 - \alpha)} =$$

$$= \frac{gl(\cos \alpha)^2}{\sin(2\beta_0 - \alpha) - \sin(\alpha)}.$$

Тогда

$$E_k = \frac{mgl}{2} \frac{(\cos \alpha)^2}{\sin(2\beta_0 - \alpha) - \sin(\alpha)}.$$

Числитель этой формулы не зависит от  $\beta_0$ , а в знаменателе первое слагаемое растёт с ростом  $\beta_0$  до единицы при  $2\beta_0 - \alpha = 90^\circ$  и затем начинает уменьшаться, а второе – не меняется. Таким образом, дробь достигает минимума при  $\beta_{\min} = \alpha / 2 + 45^\circ$ , а минимальное значение  $E_k$  равно

$$E_{k\min} = \frac{mgl (\cos \alpha)^2}{2 (1 - \sin \alpha)} = \frac{mgl (\cos \alpha)^2 \cdot (1 + \sin \alpha)}{2 (1 - (\sin \alpha)^2)} = \frac{mgl}{2} (1 + \sin \alpha).$$

Окончательно

$$E_{k\min} = \frac{mgl}{2} (1 + \sin \alpha). \quad (2)$$

Выясним, какая из величин  $E_{k\min}$  – в случае а) или б) – меньше. Вычитая из (1) (2), получаем

$$\Delta E = \frac{mgl}{2} [2(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) - (1 + \sin \alpha)] = \frac{mgl}{2} (\sin \alpha + 2\mu \cos \alpha - 1)$$

Если выражение в скобках (являющееся функцией  $\alpha$  и  $\mu$ ) положительно, то минимум достигается в случае б), если отрицательно – в случае а). Заметим, что в отсутствие трения при любых  $\alpha$  скольжение по наклонной плоскости требует меньше энергии, чем минимум при «полёте». С другой стороны, в диапазоне  $0 \leq \mu \leq 1$  всегда найдётся такое его значение, что в определённом интервале значений  $\alpha$  меньше энергии потребует «полёт» при оптимальных условиях. Найдём критерий реализации одной или другой ситуации.

$$\begin{aligned} \Delta E \geq 0 &\rightarrow \sin \alpha + 2\mu \cos \alpha \geq 1 \rightarrow \frac{1 - \sin \alpha}{\cos \alpha} \leq 2\mu \rightarrow \frac{1 - \cos(90^\circ - \alpha)}{\sin(90^\circ - \alpha)} \leq 2\mu \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{2(\sin(45^\circ - \alpha/2))^2}{2 \sin(45^\circ - \alpha/2) \cos(45^\circ - \alpha/2)} \leq 2\mu \rightarrow \operatorname{tg}(45^\circ - \alpha/2) \leq 2\mu \\ &\rightarrow \frac{\alpha}{2} \geq 45^\circ - \operatorname{arctg}(2\mu) \rightarrow \alpha \geq 90^\circ - 2 \operatorname{arctg}(2\mu) \end{aligned}$$

**Ответ:** 
$$\begin{cases} \beta_{0,\min} = \alpha, & E_{k\min} = mgl(\sin \alpha + \mu \cos \alpha), & 0 < \alpha \leq 90^\circ - 2 \operatorname{arctg}(2\mu) \\ \beta_{0,\min} = \frac{\alpha}{2} + 45^\circ, & E_{k\min} = \frac{mgl}{2}(1 + \sin \alpha), & 90^\circ - 2 \operatorname{arctg}(2\mu) < \alpha < 90^\circ \end{cases}$$

#### Критерии оценивания

Определена наименьшая энергия в случае а)	2
Для случая б): определена энергия (или начальная скорость) при произвольном $\beta_0$	2
определен $\beta_0$ , соответствующий минимальной энергии	2
определена эта энергия	2
Получено условие, разграничивающее случаи а) и б)	2



Указание проверяющему: 1. Поиск минимума зависимости энергии от угла в случае б) может осуществляться разными способами, в т.ч. вычислением производной.

2. Разграничивающее случаи условие должно быть преобразовано к виду, явно выражающему либо  $\alpha$  через  $\mu$  (как в авторском решении), либо  $\mu$  через  $\alpha$ . Если этого не сделано, баллы за получение условия не ставить.

**11-2.** Время подъема без учета сопротивления воздуха  $t_0 = v_{0y}/g$ .

Запишем второй закон Ньютона в проекции на вертикальную ось при движении камня вверх:  $ma_y = mg + kv_y$  (1). Используя определение ускорения  $a = \Delta v / \Delta t$ , это соотношение можно переписать в виде  $m\Delta v_y = mg\Delta t + kv_y\Delta t$  (2), или  $m\Delta v_y = mg\Delta t + k\Delta y$  (3). В этом соотношении коэффициенты постоянные, поэтому его можно записать для конечных разностей, в частности, для всего времени подъема. Тогда  $\Delta v_y = v_{0y}$ ,  $\Delta t = t_1$  – настоящее время подъема,  $\Delta y = h$  – высота подъема. Откуда получаем  $k = mg(t_0 - t_1)/h = 0,3$  кг/с.

**Ответ:** 0,3 кг/с.

#### Критерии оценивания

Записано выражение для времени подъема без учета сопротивления воздуха	1
Записано соотношение (1) или аналогичное	1
(2) или аналогичное	2
(3) или аналогичное	2
Сделан переход к конечным разностям в (3)	2
Получен ответ	2

Указание проверяющему: 1. если в ответе не указана (или неверно указана) размерность, баллы за ответ не ставятся.

**11-3.** Поскольку температура определяет среднюю кинетическую энергию теплового движения частиц вещества, то его внутренняя энергия будет прямо пропорциональна температуре и числу частиц, а внутренняя энергия единицы объема – температуре и числу частиц в единице объема, т.е. концентрации:  $Q \sim nT$ .

Концентрация молекул в воздухе при нормальном давлении  $n = p/kT_{\text{пламени}}$ .

$$\text{Тогда } \frac{Q_{\text{плазмы}}}{Q_{\text{пламени}}} = \frac{n_{\text{плазмы}} T_{\text{плазмы}}}{p/k} = \frac{10^{20} \cdot 10^8 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23}}{10^5} \approx 1$$

**Ответ:** энергии единицы объема плазмы и пламени примерно равны.

#### Критерии оценивания

Записано (в любой форме) соотношение: $Q \sim nT$	5
Получено выражение для концентрации частиц в пламени	2
Получен ответ	3

**11-4.** На шарик действуют сила со стороны электрического поля, направленная горизонтально вправо, сила тяжести и сила натяжения нити. В описанном положении второй закон Ньютона в проекции на направление нити имеет вид

$$T - mg \cos \Gamma - qE \sin \Gamma = ma_{\text{ц.с.}} = mv^2/l \quad (1)$$

( $l$  – длина нити).

В соответствии с теоремой об изменении кинетической энергии приобретенная шариком за время движения из начального положения энергия есть суммарная работа действующих на него сил. Работа силы тяжести  $A_{mg}=mgh=mgl\cos\Gamma$ . Поскольку электрическое поле однородно,  $A_3=-qEl(1-\sin\Gamma)$ . Сила натяжения нити работы не совершает, т.к. всегда направлена перпендикулярно скорости. Тогда

$$mv^2/2=mgl\cos\Gamma-qEl(1-\sin\Gamma) \quad (2)$$

Из этих двух уравнений и находим  $T=3mg\cos\Gamma-qE(2-3\sin\Gamma)$ .

Проверим, не может ли найденная сила оказаться отрицательной. Условие того, что она положительна, имеет вид  $3mg\cos\Gamma+3qE\sin\Gamma>2qE$ . Т.к.  $mg>qE$ , то в левой части можно заменить  $mg$  на  $qE$ , при этом получится более сильное условие:

$$3(\cos\Gamma+\sin\Gamma)>2, \quad 3\sqrt{2}\sin(\Gamma+\frac{\pi}{4})>2. \quad \text{Т.к. } \Gamma>0, \quad \text{то } \sin(\Gamma+\frac{\pi}{4})>\frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \text{и условие}$$

принимает вид  $3>2$ .

**Ответ:**  $3mg\cos\Gamma-qE(2-3\sin\Gamma)$

#### Критерии оценивания

Записано соотношение (1) или эквивалентное ему	2
Определена работа силы тяжести	1
Определена работа силы, действующей со стороны электрического поля	3
Записано соотношение (2) или эквивалентное ему	2
Получен ответ	1
Показано, что в условиях задачи сила всегда положительна	1

*Указание проверяющему:* 1. наличие утверждения о равенстве нулю работы силы натяжения в явном виде не обязательно. 2. Если участник рассматривает отрицательные значения  $\Gamma$  (т.е. допускает отклонение нити влево) и корректно находит условие положительности силы натяжения, выполнение последнего критерия засчитывать.

**11-5.** Луч не попадет на стол, если испытает полное внутреннее отражение от одной из границ раздела "вода-стекло" или "стекло-воздух". На границе "вода-стекло" полного внутреннего отражения быть не может, т.к. показатель преломления стекла больше, чем воды. Поэтому при любом угле  $\alpha$  луч пройдет в стекло. Т.к. угол падения луча на границу раздела равен  $90^\circ-\alpha$ , то закон преломления будет иметь вид  $n_в\cos\alpha=n_{ст}\sin\beta$  ( $\beta$  – угол преломления, он же является углом падения на границу раздела "стекло-воздух"). Чтобы на ней было полное внутреннее отражение, нужно, чтобы  $\sin\beta>1/n_{ст}$ . Комбинируя эти соотношения, получаем  $\cos\alpha>1/n_в=0,75$ , или  $\alpha<\arccos 0,75\approx 41,5^\circ$

**Ответ:**  $41,5^\circ$

#### Критерии оценивания

Идея о том, что должно произойти полное внутреннее отражение	1
Указано, что оно будет происходить на границе "стекло-воздух"	2
Записан закон преломления на границе "вода-стекло"	2
Записано условие полного внутреннего отражения	3
Получен ответ	2

*Указание проверяющему:* вычисление значения угла в градусах не обязательно, достаточно указать числовое значение любой его тригонометрической функции.

## **Рекомендации по проверке работ**

Необходимо помнить, что олимпиада – это соревнование по решению нестандартных задач, а не по аккуратному выписыванию известных формул и определений. Основная задача, стоящая перед участником – получить конструктивным способом правильный ответ на заданный в условии вопрос. Поэтому при проверке большее внимание нужно обращать на результат решения задачи, а не на применяемый метод и степень гладкости и аккуратности его изложения.

Рекомендуется организовать проверку так, чтобы одну и ту же задачу во всех работах проверял один и тот же человек, в этом случае уверенность в том, что одинаковые решения будут оценены одинаковым числом баллов (а это основное требование к проверке), существенно выше. Идеальный вариант достигается, если каждый член жюри проверяет только одну задачу. Такая система не исключает, однако, обсуждения отдельных решений (как правило, нестандартных) всеми членами жюри.

Считаем необходимым напомнить, что "Порядок проведения Всероссийской олимпиады школьников по физике" не содержит требований к проценту выполнения работы, необходимому для получения статуса призера. Поэтому настоятельно рекомендуется присваивать в каждой параллели хотя бы одному участнику олимпиады статус призера.

При проверке необходимо придерживаться следующих правил:

**0. Максимальная оценка за любую задачу 10 баллов.** Если по прочтении критериев Вам кажется, что это не так, **обязательно** обратитесь к председателю жюри либо в методическую комиссию. **Вообще, рекомендуется обращаться в методическую комиссию при наличии вопросов по решениям или критериям.**

**1. Абсолютно недопустимо** снимать баллы за отсутствие в работе необязательных для получения ответа элементов, таких как запись краткого условия, проверка размерностей, перевод единиц измерения в одну систему и т.п.

**2. Абсолютно недопустимо** снимать баллы за "некрасивый" или нерациональный метод решения, в частности, за проведение вычислений не в общем виде. Любое полное правильное решение должно быть оценено полным баллом.

**3.** Не следует снимать баллы за отсутствие пояснений общеизвестных вещей (например, если участник пишет условие равенства суммы всех сил нулю,

но не указывает, что это второй закон Ньютона для покоящегося тела; или при записи условия плавания тела сразу пишет  $\rho g V$ , не уточняя, что это сила Архимеда), интуитивно понятных обозначений (если, например, в задаче всего два тела, движущихся равномерно, то не требуют специального пояснения обозначения  $v_1$  и  $v_2$ ), пропуск тривиальных этапов в решении (если второй закон Ньютона пишется сразу в проекциях на наклонную плоскость). Вообще рекомендуется не требовать слишком подробных пояснений: если Вы поняли, о чем идет речь и почему участник пишет эти формулы, не надо придирайтесь к тому, что они недостаточно пояснены.

4. Необходимо строго придерживаться указанных после каждой задачи критериев оценивания, при этом допускается выставление неполного балла. Так, если за запись некоторого уравнения ставится 3 балла, то имеет смысл за записанное с ошибкой уравнение ставить 0, 1 или 2 балла, в зависимости от того, насколько существенна эта ошибка.

5. Возможны ситуации, при которых *математическая* ошибка в одной из промежуточных формул приводит к тому, что все последующие тоже оказываются неверными, хотя физика задачи участником понята и логика решения верна (если, например, участник неправильно спроектировал второй закон Ньютона на оси, но дальнейшие преобразования сделал верно). В этом случае снимать баллы следует только за ту формулу, в которой первоначально была сделана ошибка. Т.е. если из формулы (1) получается формула (2), а из нее формула (3), причем формула (1) записана неверно, но (2) и (3) получены из нее корректно, то баллы за формулы (2) и (3) должны быть поставлены полностью. Это правило не действует для *физической* ошибки (если, например, участник записал второй закон Ньютона без одной из сил). В этом случае "обнуляются" все опирающиеся на неверную формулы.

6. Во всех случаях, кроме критерия "получен ответ", слова "найдена (получена) величина  $x$ " следует понимать как "найдено численное значение величины  $x$  **либо** формула, выражающая ее через заданные в условии величины"

7. Если полученный ответ неверен (неважно, вследствие арифметических ошибок при расчете либо более ранних ошибок), выставлять по критерию "получен ответ" полный балл нельзя.

8. Приведенные критерии оценивания применяются для оценивания *частично неверных либо недостаточно обоснованных* решений. Любое верное и в

достаточной степени обоснованное решение необходимо оценивать в 10 баллов. Утверждения, обоснование которых должно присутствовать в решении в явном виде, обязательно упомянуты в критериях. Снимать баллы за отсутствие обоснования других утверждений не следует.

9. Указание размерности при промежуточных вычислениях не требуется. Если задача предполагает получение числового ответа в размерных величинах, то отсутствие указания размерности ответа должно *обязательно* приводить к снижению баллов в пределах, полагающихся в соответствии с критериями за получение ответа.

10. В случае, если представленное решение имеет существенно отличную от авторской логику, необходимо разработать систему оценивания, по возможности совпадающую с указанной в ключевых точках.

11. В случае, если в задаче записан только правильный ответ без комментариев относительно способа его получения, необходимо ставить 0 баллов.

12. Все записи, которые зачеркнуты участником, не проверяются и не оцениваются (даже если они верные).

13. Если в работе содержится несколько решений одной и той же задачи, и комментарии участника позволяют понять, какое из решение он считает верным, то оценивается только оно.

14. Если же при нескольких решениях невозможно понять, какое участник считает верным, то следует придерживаться следующих правил:

А. Если все решения верные (например, несколько различных способов решения), то оценивается наилучшее.

Б. Если среди решений есть как верные, так и неверные, то оценивается *наихудшее* решение.

15. Черновики не проверяются.

Составители настоящего пособия надеются, что им удалось избежать опечаток в *условиях* задач. В то же время они уверены, что в *решениях* задач опечатки, к сожалению, остались, и будут благодарны за указание на них. Эти сведения, а также любые вопросы по условиям и решениям задач авторы просят присылать Савину Алексею Владимировичу (см. контакты на с. 2).