

Саратовский государственный университет
имени Н.Г.Чернышевского

**МАТЕРИАЛЫ
ДЛЯ ПОДГОТОВКИ И ПРОВЕДЕНИЯ
МУНИЦИПАЛЬНОГО ЭТАПА
LIV ВСЕРОССИЙСКОЙ
ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
ПО ФИЗИКЕ**



Саратов
2019 г

Комплект заданий подготовлен
региональной методической комиссией по физике

Координаты для связи (Савин Алексей Владимирович):

E-mail: AVSavin@rambler.ru с пометкой «Олимпиада» в теме письма

Адрес: 410012, Саратов, ул. Астраханская, 83, СГУ, ФНП, Савину А.В.

Задачи предложили:

7 класс

1. А.А. Дворцов
2. Д.О. Любченко
3. В.Н. Шевцов
4. А.А. Ростунцова

8 класс

1. А.А. Ростунцова
2. М.Н. Нурлыгаянова
3. Д.О. Любченко
4. А.А. Ростунцова

9 класс

1. М.М. Стольниц
2. А.А. Ростунцова
3. А.А. Дворцов
4. В.Н. Шевцов
5. А.В. Савин

10 класс

1. Д.В. Савин
2. М.М. Стольниц
3. А.А. Князев
4. Д.В. Савин
5. А.В. Савин

11 класс

1. А.А. Дворцов
2. А.А. Князев
3. А.А. Дворцов
4. Д.В. Савин
5. А.В. Савин

Председатель методической комиссии: А.В. Савин.

Члены методической комиссии: В.П. Вешнев, А.А. Дворцов, А.А. Князев, Д.О. Любченко, М.Н. Нурлыгаянова, М.В. Поздняков, А.А. Ростунцова, Д.В. Савин, М.М. Стольниц, Р.А. Торгашов, В.Н. Шевцов.

Общая редакция – А.В. Савин

Подготовка оригинал-макета – А.В. Савин, Д.В. Савин, М.В. Поздняков

© Авторский коллектив, 2019 г

Подписано в печать 5 декабря в 22.56;

с исправлениями и дополнениями – 10 декабря в 23.31.

Условия задач**7 класс****1. "Длина капилляров"**

Известно, что в теле человека содержится примерно 5 литров крови, из которых около 10% находится в наиболее мелких сосудах – капиллярах. Их диаметр поперечного сечения около 8 мкм (что практически совпадает с размером эритроцитов). Что больше и во сколько раз: общая длина капилляров или длина экватора Земли? Известно, что радиус Земли равен 6400 км. *Для справки:* 1 мкм= 10^{-6} м, объем сосуда можно вычислить как произведение площади его поперечного сечения на длину, длина окружности радиуса r равна $2\pi r$, а площадь круга радиуса r равна πr^2 , $\pi \approx 3,14$.

2. "По камушкам"

В реке лежит цепочка камней. Ширина каждого камня 0,5 м, расстояние между соседними камнями (а также между крайними камнями и берегом) равно 1 м. Лилипут решает перейти речку, перепрыгивая с камня на камень. Первый прыжок (от берега до камня) он совершает с горизонтальной скоростью 7 м/с, затем идет к краю камня и прыгает дальше. С каждым последующим прыжком его горизонтальная скорость уменьшается на 0,3 м/с, а время прыжка всегда составляет 0,2 с. Прыжок всегда совершается с края камня (берега), а скорость передвижения лилипута по камню 1 м/с. Какова максимальная ширина речки, через которую он сможет так перебраться? Сколько времени он на это потратит?

3. "Туда и обратно"

Добираясь из одного поселка в другой, автомобилист сначала 1 час ехал со скоростью $v_1=60$ км/ч, а затем еще 1 час – со скоростью $v_2=80$ км/ч. Возвращаясь, он половину расстояния преодолел со скоростью v_1 , а вторую половину – со скоростью v_2 . Какая дорога, прямая или обратная, заняла меньше времени и на сколько минут?

4. "Пуд железа и пуд пуха"

В одной из классических загадок спрашивается, что тяжелее: пуд железа или пуд пуха. Семиклассника Васю, однако, больше заинтересовало, как отличаются их объемы. Из справочника он узнал, что плотность железа составляет

7874 кг/м³, а для гусиного пуха применяют показатель *FillPower*, показывающий объем в кубических дюймах (in^3), занимаемый навеской пуха в одну унцию (*oz*). Для пуха высочайшего качества этот показатель составляет 900 in^3/oz . Чему равны объемы пуда железа (выразите его в см³) и пуда пуха (выразите его в м³) и во сколько раз они отличаются? Известно, что 1 пуд равен 16,38 кг, 1 дюйм – 2,54 см, а 1 унция – 28,35 г.

8 класс

1. "Автобус и такси"

Остановки пригородного автобуса расположены на равном расстоянии друг от друга. Расстояние между остановками автобус, двигаясь с постоянной скоростью, проезжает за 10 минут, а на каждой остановке он стоит в течение 2 минут. Через 20 минут после отправления автобуса с конечной остановки от нее в том же направлении выехало маршрутное такси. Такси останавливается на тех же остановках, что и автобус, но стоит на них в течение 1 минуты, а между остановками движется с вдвое большей скоростью, чем автобус. Через какое время после отправления автобуса от конечной остановки его догнало такси?

2. "Морская рыбалка"

Пете подарили поплавок в виде цилиндра с "антенной". Для хорошего клева необходимо, чтобы поплавок был полностью погружён в воду, а его «антенна» целиком торчала из воды (см. рис. 1). Петя у себя в ванной подобрал массу грузила так, чтобы это условие было выполнено, а затем отправился на море ловить рыбу. На сколько верхняя грань поплавок сместится относительно поверхности воды? Высота поплавок без "антенны" 150 мм, плотности пресной и морской воды 1000 кг/м³ и 1034 кг/м³. Считайте, что поплавок все время плавает вертикально.

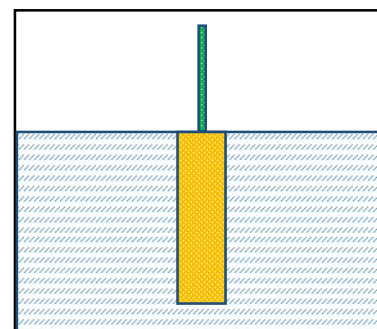


Рис. 1

3. "Водоснабжение"

Запасы воды в открытом сверху цилиндрическом баке, снабжающем водой дачный поселок, убывали со временем так, как показано на рис.2. Определите, с какой скоростью понижался уровень воды, если через 36 минут после начала наблюдений давление на дно бака было равно 205 кПа. Атмосферное давление 100 кПа, плотность воды 1000 кг/м³.



Рис. 2

4. "Три кружки"

Вася и Петя захотели попить чаю, для чего налили в три большие кружки одинаковое количество воды при температуре 100°C . Такой чай показался им слишком горячим, и они решили добавить в воду льда. В их распоряжении было 64 небольших одинаковых кубика льда, имеющих температуру 0°C . Для эксперимента, они бросили один кубик в одну из кружек, в результате температура в ней упала на 1°C . Затем Вася бросил 32 кубика во вторую кружку, а Петя – 16 кубиков в третью, затем Вася – 8 кубиков во вторую и т.д., пока Петя не бросил последний кубик в третью кружку. Какие температуры после этого установятся во второй и третьей кружках? Теплообменом с окружающей средой и теплоемкостью кружек можно пренебречь, удельная теплоёмкость воды $4200 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot^{\circ}\text{C})$, удельная теплота плавления льда $330 \text{ кДж}/\text{кг}$. Известно, что вода из кружек не выливалась.

9 класс

1. "Конькобежец и машина"

Конькобежец начинает бег с линии «Старт/Финиш» по круговой дорожке с постоянной скоростью. Одновременно по этой же дорожке с той же линии, но в противоположную сторону начинает двигаться льдоуборочная минимашина также с постоянной скоростью, которая в n раз меньше скорости конькобежца (n – целое число, меньшее 20). Добежав до машины, конькобежец быстро разворачивается и бежит в обратную сторону с прежней скоростью. Догнав машину, конькобежец опять разворачивается, и всё повторяется.... Вернувшись в точку старта, машина останавливается. Какую часть дорожки останется после этого пробежать до точки старта конькобежцу?

2. "Точный удар Криштиану Роналду"

В рамках розыгрыша Лиги Чемпионов 2017-2018 в четвертьфинальном матче «Реал» – «Ювентус» Криштиану Роналду забил гол ударом в падении через себя (см. рис. 3). Будем считать, что в силу природного таланта Роналду нанёс удар таким образом, что скорость мяча была направлена в точности под перекладину ворот. Мяч, однако, пересек линию ворот лишь на половине их высоты. Определите, через какое время после удара мяч пересек линию ворот. Сопротивлением воздуха можно пренебречь, мяч можно считать материальной точкой, высота ворот 2,44 м, в момент удара мяч находился ниже перекладины ворот.

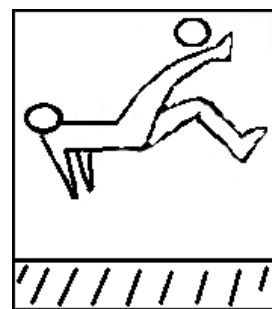


Рис. 3

3. "У шайбы три жидкости"

В широкий сосуд с тремя несмешивающимися жидкостями плотностями $\rho_1=800 \text{ кг/м}^3$, $\rho_2=1000 \text{ кг/м}^3$ и $\rho_3=1100 \text{ кг/м}^3$ (см. рис. 4) аккуратно опустили цилиндрическую шайбу высотой 25 мм и плотностью $\rho=900 \text{ кг/м}^3$. При каких значениях толщины слоя второй жидкости x расстояние между нижним краем шайбы и границей раздела жидкостей плотностями ρ_2 и ρ_3 будет равно 5 мм? Основание шайбы все время остается параллельным границе раздела жидкостей, шайба не выступает над поверхностью.

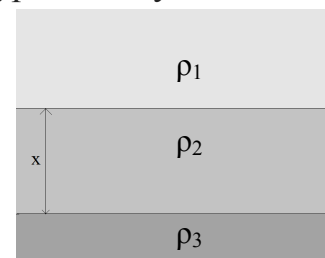


Рис. 4

4. "Лед на дне"

Кусок льда при температуре $t_0=0 \text{ }^\circ\text{C}$ прикрепили ко дну теплоизолированного цилиндрического сосуда (см. рис. 5). Когда в сосуд налили воды (ее масса равна массе льда), лед полностью оказался под водой. После установления теплового равновесия уровень воды в сосуде понизился на $\alpha=2,0 \text{ } \%$. Определите начальную температуру налитой в сосуд воды. Ее плотность $\rho_0=1,00 \text{ г/см}^3$, удельная теплоемкость $c=4,2 \text{ кДж/(кг}\cdot\text{ }^\circ\text{C)}$, плотность льда $\rho=0,9 \text{ г/см}^3$, его удельная теплота плавления $\lambda=330 \text{ кДж/кг}$. Тепловым расширением воды и сосуда, его теплоемкостью, испарением воды можно пренебречь. Считайте, что лед все время остается на дне сосуда.

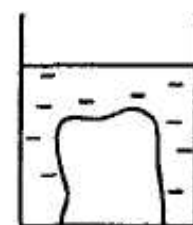


Рис. 5

5. "Четыре вольтметра"

В лаборатории есть четыре одинаковых вольтметра. Три из них работают правильно, а на одном стрелка погнута, поэтому его показания отличаются от истинных на некоторую величину (всегда одну и ту же). Из вольтметров собрали схему, показанную на рис. 6. Известно, что если подключить источник постоянного напряжения к т. 1 и 4, то один из вольтметров показывает 1,5 В, а другой 1,2 В. Если же подключить тот же источник к точкам 1 и 3, то один из вольтметров показывает 0,7 В. Определите напряжение источника. Погрешность показаний правильно работающих вольтметров не превышает 10%.

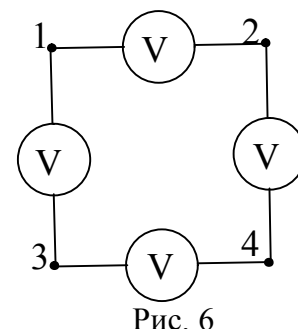


Рис. 6

10 класс

1. "Поток машин"

На некоторой дороге можно встретить два типа машин, двигающихся с различными (но постоянными для каждого типа машин) скоростями в одном направлении. Велосипедист, стоя на обочине, заметил, что за некоторое довольно большое время мимо него проезжает одинаковое количество машин обоих типов. Когда он поехал в направлении движения, машины типа 1 стали попадаться ему на 25% реже, чем машины типа 2, а когда развернулся — наоборот, машины типа 1 ему стали встречаться на 12,5% чаще, чем машины типа 2. В каком отношении находятся скорости машин типов 1 и 2? Машин какого типа на дороге больше и во сколько раз? Велосипедист едет с одинаковой скоростью в обоих направлениях.

2. «Звёздные войны. Эпизод ММХІХ»

Звездолёт (З) и Орбитальная Станция (ОС) движутся по одной прямой с различными постоянными скоростями. В некоторый момент времени З включает двигатели и начинает двигаться с постоянным ускорением так, чтобы пристыковаться к ОС (в момент стыковки относительная скорость З и ОС должна быть равна нулю). Одновременно с этим от З отделяется малый разведывательный корабль (РК) и начинает двигаться в сторону ОС (параллельно соединяющей З и ОС прямой, но не по ней). Кормовые и носовые дюзы РК придают ему постоянные ускорения в $+\alpha$ и $-\beta$ соответственно раз большие, чем ускорение З (α и β – известные положительные постоянные). Дюзы работают попеременно, переключения происходят мгновенно в моменты времени, когда скорость РК

становится равной скорости ОС или З. Какую часть общего времени (от старта до момента стыковки) работали кормовые, а какую – носовые дюзы РК?

3. "На троих"

Трое несут с постоянной скоростью однородный лист металла массой 120 кг, вырезанный в форме прямоугольного треугольника, один из острых углов которого равен α , удерживая его за углы. Определите, какую силу прикладывает каждый из несущих. Лист расположен горизонтально.

4. "Нелинейная схема"

Для схемы, представленной на рис.7, постройте график зависимости показаний амперметра от показаний вольтметра при изменении положения ползунка потенциометра. Вольт-амперная характеристика диода Д имеет вид, представленный на рис.8, сопротивления резисторов $R_0 = 200 \text{ Ом}$, $R_D = 100 \text{ Ом}$, рабочее напряжение диода $U_0 = 3 \text{ В}$, напряжение источника Д 4,5 В. Измерительные приборы идеальные, напряжение источника не зависит от протекающего через него тока.

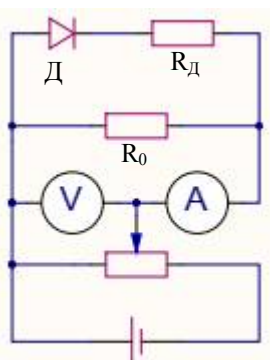


Рис. 7

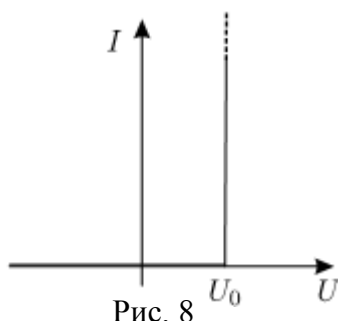


Рис. 8

Вольт-амперная характеристика диода Д имеет вид, представленный на рис.8, сопротивления резисторов $R_0 = 200 \text{ Ом}$, $R_D = 100 \text{ Ом}$, рабочее напряжение диода $U_0 = 3 \text{ В}$, напряжение источника Д 4,5 В. Измерительные приборы идеальные, напряжение источника не зависит от протекающего через него тока.

5. "Поворот зеркала"

Маленькое плоское зеркало может вращаться вокруг неподвижно закрепленной оси. На зеркало падает тонкий луч света и, отражаясь, попадает на экран, расположенный на расстоянии 1 м от зеркала (рис. 9). На сколько сместится освещенная точка на экране, если зеркало повернется вокруг своей оси на угол $0,1^\circ$?

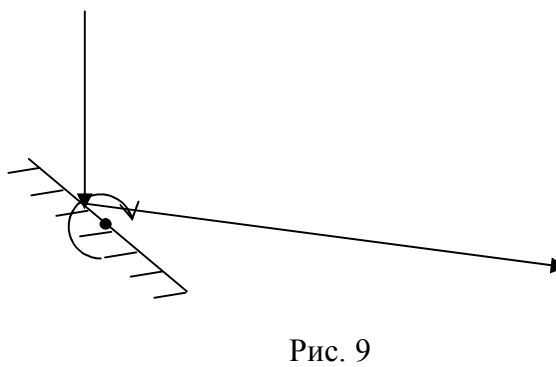


Рис. 9

11 класс

1. "Опрокидывающийся сосуд"

Саша переехал в новую квартиру и решил проверить расход воды в кране. Первым делом он измерил скорость истечения воды и диаметр сечения струи, получив $v_0=1,3$ м/с и $d=1$ см соответственно. Затем, осознав, что всё можно было сделать куда проще, взял первый попавшийся сосуд, подставил под кран с водой (причём оказалось, что ровно половина дна сосуда выступает за край стола, см. рис.10) и стал засекаеть время. Попавшийся сосуд представлял собой прямоугольную призму с основанием в виде равнобедренного совсем немного усечённого прямоугольного треугольника. Катет треугольника $a=1$ м, высота призмы $b=3$ см. Через полминуты сосуд начал падать. Найдите массу сосуда. Центр масс сосуда без воды (обозначен точкой на рис.10) делит сосуд в отношении один к двум, считая от левого края по горизонтали. Плотность воды $\rho=1000$ кг/м³. Считайте, что ширина отверстия, через которое наливается вода, много меньше a .

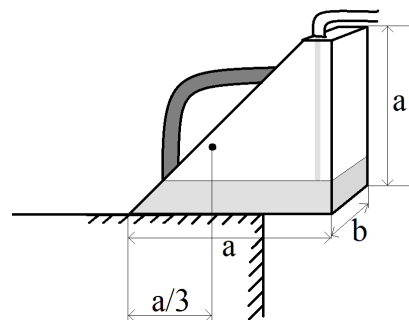


Рис. 10

2. "Пружинные весы"

На подвешенную чашку пружинных весов (рис. 11) медленно насыпают сахар-песок. При массе M_1 чашка, опускаясь, замыкает реле сигнализации готовности дозы. При какой массе куска сахара M_2 сработает реле, если его аккуратно (без удара) положить на чашку весов? Масса чашки много меньше M_1 .

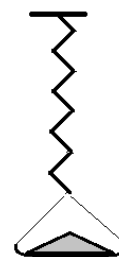


Рис. 11

3. "Точка кипения"

Экспериментатор Глюк исследует кипение воды. Для этого он изготовил открытый сверху цилиндрический сосуд с теплоизолированными стенками и налил в него воду до высоты 10 м. В первом эксперименте температура верхнего слоя воды поддерживается постоянной и равной 20°C , а температура дна сосуда также постоянна. При какой наименьшей температуре дна вода будет кипеть? Во втором эксперименте поверх воды Глюк помещает очень тяжелый поршень и поддерживает дно сосуда при температуре 140°C в течение длительного времени (температура верхнего слоя по-прежнему поддерживается равной 20°C). На какой высоте (считая от дна сосуда) начнется кипение воды, если поршень быстро убрать? График зависимости давления насыщенных паров во-

ды от температуры приведен на рис.12. Атмосферное давление 10^5 Па, плотность воды 1000 кг/м^3 .

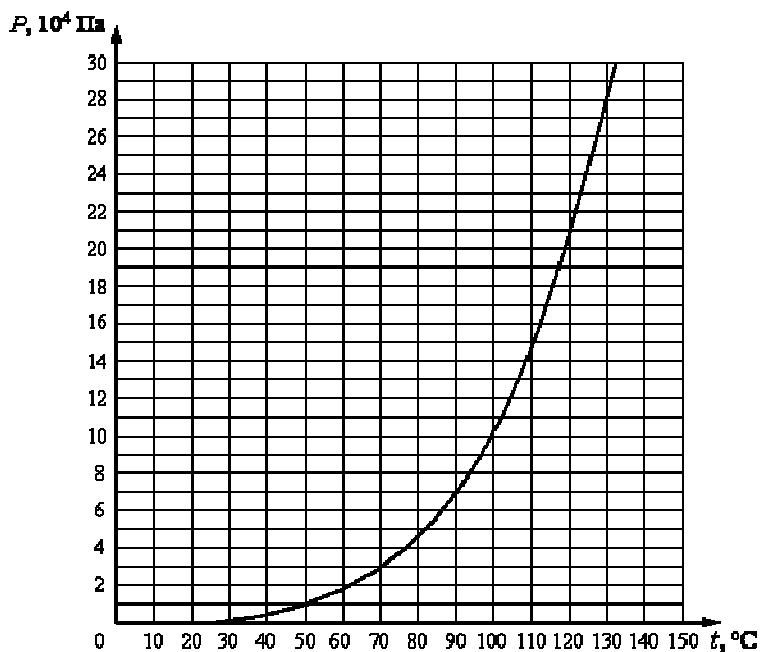


Рис. 12

4. "Нелинейная схема: обратная задача"

Для схемы, представленной на рис. 13, при изменении положения ползунка потенциометра была получена зависимость

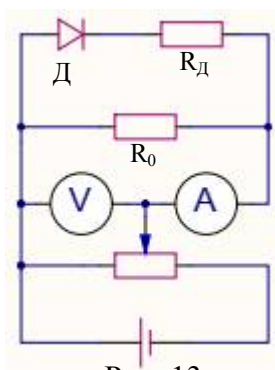


Рис. 13

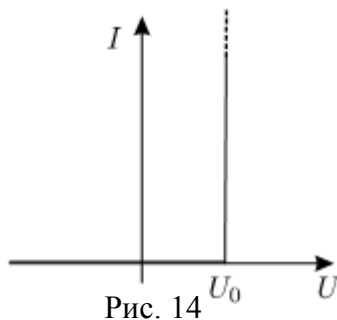


Рис. 14

$U_V, \text{ В}$	$I_A, \text{ мА}$
1,0	10,0
2,5	25,0
4,0	45,0
5,5	67,5

показаний амперметра от показаний вольтметра (см. таблицу). Вольт-амперная характеристика диода D имеет вид, представленный на рис. 14. Определите сопротивления резисторов R_0 и R_D , а также рабочее напряжение диода D U_0 . Измерительные приборы и источник напряжения идеальные.

5. "Хитрая труба"

Внутренняя поверхность цилиндрической трубы диаметра D зеркальная. В торцы трубы вставлены тонкие собирающие линзы так, что их главные оптические оси совпадают с осью трубы, а сумма фокусных расстояний равна длине трубы, причем фокусное расстояние линзы, вставленной в правый торец, равно F . Если правый торец трубы осветить параллельным оси трубы пучком света диаметром D , то на установленном на расстоянии F от



Рис. 15

левого торца трубы экране наблюдается светлое пятно диаметра $D/3$. Определите диаметр пятна, образующегося на установленном на расстоянии F от правого торца трубы экране при освещении ее левого торца параллельным пучком света диаметра D .

Решения задач

7 класс

7-1. Объем крови в капиллярах $V_{\text{кап}} = S_{\text{поп}} L = \pi d^2 L / 4$, где L – суммарная длина капилляров, $d = 8$ мкм – диаметр поперечного сечения капилляра. По условию, $V_{\text{кап}} = 0,1 V_{\text{крови}}$. Соединяя эти выражения, находим суммарную длину капилляров $L = 0,4 V_{\text{крови}} / \pi d^2 = 0,4 \cdot 5 \cdot 10^{-3} / 3,14 / (8 \cdot 10^{-6})^2 = 10^4$ км. Длина экватора Земли равна $6400 \cdot 2\pi \approx 4 \cdot 10^4$ км. Таким образом, длина экватора больше в 4 раза.

Ответ:

Комментарий: в действительности суммарная длина всех капилляров составляет примерно 100 000 км. Причина расхождения заключается в том, что не все капилляры заполнены кровью (есть резервные). Кроме того, есть множество других особенностей, в частности, изменение диаметра в три и более раза (от диаметра, меньшего чем эритроцит, до десяти и более мкм) в процессе прокачки крови.

Критерии оценивания

<i>Если решение идет в общем виде:</i>	
записана формула для площади поперечного сечения через диаметр	1
записана формула для объема крови в капиллярах	1
Получено выражение для длины капилляров	2
Произведен численный расчет длины	4
Получен ответ	2
<i>Если решение идет последовательными вычислениями</i>	
Рассчитана площадь поперечного сечения сосуда	2
Рассчитан объем крови в капиллярах	3
Рассчитана длина капилляров	3
Получен ответ	2

Указание проверяющему: наличие большего числа цифр после запятой в ответе недочетом не является.

7-2. 1 способ. Введем обозначения: $v = 7$ м/с – скорость прыжка, $u = 1$ м/с – скорость перемещения лилипута по камню, $\Delta v = 0,3$ м/с – уменьшение скорости за один прыжок, $a = 1$ м – расстояние между камнями, $b = 0,5$ м – ширина камня, $\tau = 0,2$ с – время прыжка.

Лилипут не сможет перепрыгнуть на очередной камень, если его скорость станет меньше, чем a/τ . Т.к. его скорость на n -м прыжке равна $v - \Delta v(n-1)$, то получаем уравнение $a/\tau = v - \Delta v(n-1)$ (1), откуда, после подстановки числовых значений, находим $n = 7,7$, т.е. он сможет совершить 7 прыжков и, соответственно, переместится на $7a + 6b = 10$ м. Это и есть максимальная ширина реки, которую он сможет преодолеть.

Для определения времени нужно учесть, сколько времени он тратит на то, чтобы дойти от места приземления до края камня. Для n -го камня это время будет определяться как $\frac{b - ((v - (n-1)\Delta v)\tau - a)}{u}$ (2). Суммируя по n от 1 до 6 (т.к. последний прыжок заканчивается на берегу, а не на камне), получим

$T = 6 \frac{b+a-v\tau}{u} + \frac{(1+2+3+4+5)\Delta v\tau}{u}$. После подстановки числовых данных получим $T=1,5$ с. С учетом времени, затраченного на прыжки, полное время равно $1,5+1,4=2,9$ с.

2 способ. Можно просто рассчитать, на какое расстояние прыгнет лилипут на каждом прыжке и сколько времени на это затратит. Полученные результаты можно собрать в таблицу

	Скорость прыжка, м/с	потрач. время, с	пройд. расст., м	время с начала движения, с	расстояние с начала движения, м
1 прыжок	7,0	0,2	1,40	0,2	1,4
пешком по 1 камню		0,1	0,1	0,3	1,5
2 прыжок	6,7	0,2	1,34	0,5	1,82
пешком по 2 камню		0,16	0,16	0,66	3,0
3 прыжок	6,4	0,2	1,28	0,86	4,28
пешком по 3 камню		0,22	0,22	1,08	4,5
4 прыжок	6,1	0,2	1,22	1,28	5,72
пешком по 4 камню		0,28	0,28	1,56	6,0
5 прыжок	5,8	0,2	1,16	1,76	7,16
пешком по 5 камню		0,34	0,34	2,10	7,50
6 прыжок	5,5	0,2	1,10	2,30	8,60
пешком по 6 камню		0,40	0,40	2,70	9,00
7 прыжок	5,2	0,2	1,04	2,90	10,01

Критерии оценивания

<i>1 способ:</i>	
записано (1) или аналогичное выражение	2
Определено число прыжков	2
Определена ширина реки	1
записано (2) или аналогичное выражение	2
Определено время, потраченное на перемещение по камням	2
Определено полное время	1
<i>2 способ</i>	
за каждое верно рассчитанное значение из столбцов 3 и 4 таблицы (выделены жирным) по 0,25 балла с округлением суммарного результата до целого	максимум 7 баллов
За найденную ширину реки	1
За найденное время движения	2
<i>Если ширина реки или время движения найдены неверно (неважно, за счет ошибок в предыдущих расчетах или при суммировании), баллы не начисляются.</i>	

7-3. Из условия вытекает, что расстояние между поселками составляет 140 км и автомобиль преодолел его за 2 часа. Половина расстояния — 70 км. При возвращении на первые 70 км автомобиль затратил $t_1 = \frac{70}{60} = \frac{7}{6}$ часа, на вторую по-

ловину пути $t_2 = \frac{70}{80} = \frac{7}{8}$ часа. Всего на обратный путь было затрачено

$\frac{7}{6} + \frac{7}{8} = \frac{49}{24}$. А время прямого движения $2 = \frac{48}{24}$ часа. Следовательно, на обрат-

ный путь потребовалось на $\frac{1}{24} = \frac{60}{24} = 2,5$ минуты больше.

Ответ: Время обратного движения на 2,5 минуты больше.

Критерии оценивания

Найдено расстояние между поселками	2
Найдено время, за которое пройдена первая половина обратного пути	3
Найдено время, за которое пройдена вторая половина обратного пути	3
Получен ответ	2

7-4. Объем, занимаемый пудом железа $V_{ж} = m_{ж} / \rho_{ж} = 16380 \text{ г} / 7,874 \text{ г/см}^3 \approx 2080 \text{ см}^3$. Показатель *FillPower* – это объем, занимаемый единицей массы, поэтому плотность пуха (масса единицы объема) – обратная к нему величина, т.е.

$$\rho_{\text{пух}} = \frac{1}{900 \text{ in}^3 / \text{oz}} = \frac{1}{900} \frac{\text{oz}}{\text{in}^3} = \frac{1}{900} \frac{28,35 \text{ г}}{2,54^3 \text{ см}^3} = 0,00192 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} = 1,92 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Объем, занимаемый пудом пуха $V_{п} = m_{п} / \rho_{п} = 16,38 \text{ кг} / 1,92 \text{ кг/м}^3 \approx 8,5 \text{ м}^3$

Объем пуха больше объема железа в $8,5 \text{ м}^3 / 2080 \text{ см}^3 = 8,5 / 0,00208 \approx 4100$ раз

Ответ: объем железа 2080 см^3 , объем пуха $8,5 \text{ м}^3$, объем отличаются в 4100 раз. Допускаются округления в разумных пределах (в частности, ответ "в 4000 раз" нужно считать верным).

Критерии оценивания

Найден объем железа	2
Указано, что плотность – обратная к <i>FillPower</i> величина	3
Найден объем пуха	3
Найдено отношение объемов	2

8 класс

8-1. Сразу заметим, что расстояние между остановками такси проезжает за 5 минут. Далее задачу можно решать различными способами.

1 способ (графический). Построим графики движения транспортных средств (см. рис.16) (L – расстояние между остановками). Пересечение графиков и дает момент встречи (40 минут).

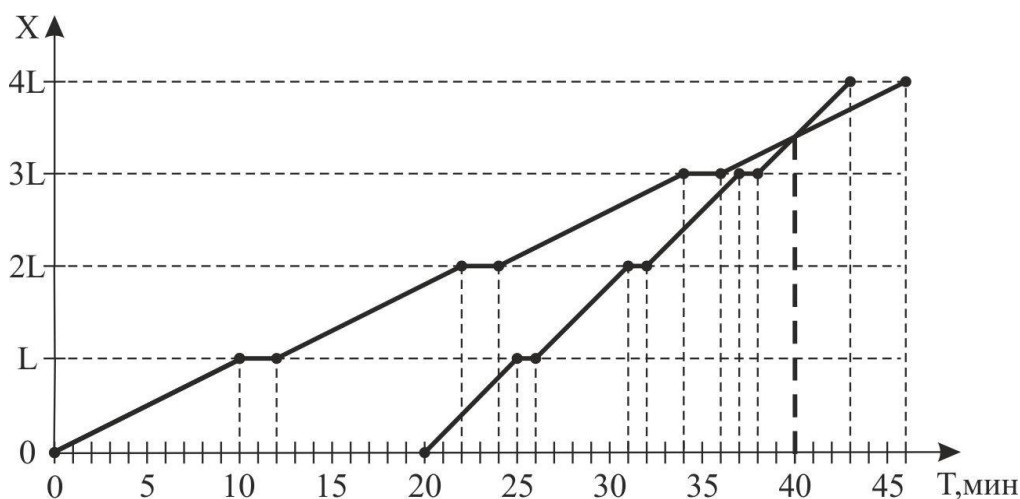


Рис. 16

Критерии оценивания

Построен график движения автобуса	4
Построен график движения такси	4
Получен ответ	2

Указание проверяющему: наличия графиков достаточно для выставления баллов, дополнительных пояснений не требуется. Для выставления баллов за ответ нужно, чтобы из работы было понятно, что участник находит время, соответствующее точке пересечения графиков (например, эта точка должна быть помечена на рис. и "снесена" на ось времени). Допускается погрешность ± 1 минута. Если хотя бы один график построен неверно, баллы за ответ не начисляются.

2 способ (аналитический): обозначим: $\Delta T = 10$ мин – время движения автобуса между остановками, $\Delta t = 20$ мин – время задержки такси относительно автобуса, $t_1 = 2$ мин и $t_2 = 1$ мин – время, которое автобус и такси стоят на остановке.

Возможно 2 варианта:

(1) встреча произошла на остановке, когда маршрутное такси к ней подъехало, а автобус уже простоял на ней некоторое время $0 \leq \Delta t_x \leq t_1$;

(2) встреча произошла где-то между остановками.

Предположим, что реализуется 1-й вариант. Пусть N – номер остановки, на которой происходит встреча, тогда можно записать

$$\Delta TN + t_1(N-1) + \Delta t_x = \Delta t + 0,5 \Delta TN + t_2(N-1), \text{ или } 6N + \Delta t_x = 21$$

Поскольку N – целое число, это возможно только N , равном 1, 2 или 3. В любом из этих случаев $\Delta t_x > t_1 = 2$ мин. Поэтому этот случай невозможен и необходимо рассматривать 2-й вариант.

Пусть тогда N – число пройденных до момента встречи остановок, x – расстояние от последней пройденной остановки до места встречи, V – скорость автобуса. При этом должно выполняться неравенство $0 \leq x/V \leq \Delta T$. Тогда можно записать

$$(\Delta T + t_1)N + x/V = \Delta t + (\Delta T/2 + t_2)N + x/(2V), \text{ или } 6N + x/(2V) = 20.$$

Учитывая, что N – целое число, а $0 \leq x/V \leq 10$ мин, получим, что единственным возможным вариантом является $N = 3$. При этом $x/V = 4$, поэтому к моменту встречи автобус находился в пути 40 минут.

Критерии оценивания

Записано условие встречи в случае (1)	3
Показано, что при заданных числах оно не имеет решения	2
Записано условие встречи в случае (2)	3
Получен ответ	2

3 способ (расчетный). Заполним таблицу, показывающую, в течение какого времени транспортные средства находились на определенных участках пути (время в минутах отсчитывается от начала движения автобуса).

	Между А и 1-ой остановкой	На 1-ой остановке	Между 1-ой и 2-ой остановкой	На 2-ой остановке	Между 2-ой и 3-ей остановкой	На 3-ей остановке	Между 3-ей и 4-ой остановкой
Автобус	0-10	10-12	12-22	22-24	24-34	34-36	36-46
Такси	20-25	25-26	26-31	31-32	32-37	37-38	38-43

Видно, что поскольку такси начало двигаться от 3-ей остановки позже автобуса, а к 4-ой остановке пришло раньше него, то встреча произошла где-то между этими остановками.

Пусть автобус двигался от 3-ей остановки до момента встречи в течение времени Δt_0 . Т.к. такси движется в 2 раза быстрее, то оно пройдет то же расстояние от 3-ей остановки до встречи за время $\Delta t_0/2$.

Т.к. встреча происходит в один и тот же момент времени, автобус отходит от 3-ей остановки через 36 мин от начала своего движения, а такси через 38 мин, то можно записать

$$36 \text{ мин} + \Delta t_0 = 38 \text{ мин} + \Delta t_0/2, \text{ откуда } \Delta t_0 = 4 \text{ мин}$$

Итак, через 36 минут после выезда из А автобус начал движение от 3-ей остановки, а ещё через 4 минуты его догнало такси. Т.е. от начала движения автобуса до момента встречи прошло 40 мин.

Критерии оценивания

Показано, что встреча произошла между 3-й и 4-й остановками	4
Записано соотношение, определяющее момент встречи	4
Получен ответ	2

8-2. Пусть $h=150$ мм – высота поплавок, а Δh – высота, на которую он выступает из воды в морской воде, S – площадь поперечного сечения поплавок.

Запишем условия плавания в пресной и морской воде:

$$\rho_{\text{п}}Sh = mg$$

$$\rho_{\text{м}}gS(h - \Delta h) = mg.$$

Приравнивая их левые части, получаем уравнение, из которого найдем

$$\Delta h = H(1 - \rho_{\text{п}}/\rho_{\text{м}}) \approx 5 \text{ мм}$$

Ответ: 5 мм.

Критерии оценивания

Записано условие плавания в пресной воде	3
в морской воде	3
Получено выражение для Δh	2
Получен ответ	2

8-3. Давление на дно бака складывается из давления столба воды и атмосферного давления: $p=p_0+\rho gH$. Исходя из приведенных в условии данных, получаем, что в момент $t=36$ минут высота воды в баке составляла 10,5 м. Т.к. бак цилиндрический, то высота столба воды прямо пропорциональна ее массе, поэтому в начальный момент уровень воды был на отметке $10,5/14 \cdot 20=15$ метров, а в конечный – вдвое меньше, т.е. 7,5 м. Тогда скорость, с которой перемещалась поверхность воды, равна $7,5 \text{ м}/60 \text{ минут} = 7,5 \text{ м}/\text{час} \approx 2,1 \text{ мм}/\text{с}$.

Ответ: 7,5 м/час или 2,1 мм/с

Критерии оценивания

Получено выражение для давления воды на дно бака	3
Определена высота воды в баке указанный момент времени	2
Определена высота воды в баке в любой другой момент времени	3
Получен ответ	2

Указание проверяющему: 1. Если формулу для давления воды на дно бака участник пишет без атмосферного давления, оценка за задачу не более 6 баллов (1 балл для выражения давления, 0 – за расчет начальной высоты и в соответствии с критериями за остальные действия). 2. Для расчета скорости изменения уровня воды достаточно определить его высоту в любые два момента времени. Соответственно, независимо от выбранных моментов времени решения (при условии верных расчетов) следует считать верными.

8-4. Пусть M – масса воды, налитая в одну кружку, m – масса одного кубика, $T_1=100^\circ\text{C}$, $\Delta T=1^\circ\text{C}$. Запишем уравнение теплового баланса для добавления одного кубика в кружку: $cM\Delta T=\lambda m+cm(T_1-\Delta T)$. Отсюда можно получить

$$M/m = \frac{\lambda + c(T_1 - \Delta T)}{c\Delta T} \approx 178.$$

Из описания дальнейших действий можно заметить, что на каждом шаге во вторую кружку попадает в 2 раза больше льда, чем в третью, поэтому в ней окажется $2/3$ оставшегося количества льда, а в третьей – $1/3$, т.е. 42 и 21 кубик соответственно. Тогда уравнения теплового баланса для второй и третьей кружки имеют вид

$$cM\Delta T=42\lambda m+42cm(T_1-\Delta T_2), \text{ откуда } \Delta T_2 = \frac{\lambda/c + T_1}{\frac{1}{42} \frac{M}{m} + 1} \approx 34, \text{ т.е. } T_2 = 66^\circ\text{C}$$

$$cM\Delta T=21\lambda m+21cm(T_1-\Delta T_3), \text{ откуда } \Delta T_3 = \frac{\lambda/c + T_1}{\frac{1}{21} \frac{M}{m} + 1} \approx 19, \text{ т.е. } T_3 = 81^\circ\text{C}.$$

Ответ: 66°C , 81°C

Критерии оценивания

Записано уравнение теплового баланса для первой кружки	2
Найдены количества льда, добавленные во вторую и третью кружки	2
Записаны уравнения теплового баланса для второй и третьей кружек	2 (по 1 за каждое)
Получен ответ:	
для обеих кружек	4
только для одной кружки	3

9 класс

9-1. Пусть L – длина дорожки, v и nv – скорости машины и конькобежца соответственно. Тогда времена обхода всей дорожки машиной и конькобежцем равны $T_M=L/v$ и $T_K=L/nv$ соответственно. Заметим сразу, что при $n=1$ конькобежцу не удастся догнать машину, поэтому этот случай не удовлетворяет условию задачи.

От старта до первой встречи проходит время $t_1=L/(v+nv)=T_M/(n+1)$, т.к. конькобежец и машина движутся навстречу. От первой встречи до второй конькобежец догоняет машину, поэтому движение займет время $t_2=L/(nv-v)=T_M/(n-1)$. Тогда через промежуток времени

$$t_1 + t_2 = \frac{2n}{n^2 - 1} T_M$$

конькобежец и машина занимают «исходное» положение друг относительно друга (т.е. находятся в одной точке и стартуют в противоположных направлениях). Однако положение этой точки смещено относительно точки старта на расстояние, пройденное за время t_1+t_2 машиной: $L_M=v(t_1+t_2)=\frac{2n}{n^2+1}L$. Далее процесс будет повторяться, назовем каждое такое повторение "этапом".

Обозначим $p=2n/(n^2-1)$. Мы показали, что пока машина проходит p -ю часть круга, конькобежец успевает пробежать круг дважды.

Пусть теперь отношение скоростей таково, что за время одного оборота машины вокруг катка успеваеет пройти m (m может быть равно и нулю, например, при $n=2$) этапов. При этом должно выполняться условие $mp \leq 1 \leq (m+1)p$, что после преобразований дает

$$m \leq \frac{n}{2} - \frac{1}{2n} \leq m+1 \quad \rightarrow \quad \frac{n-2}{2} - \frac{1}{2n} \leq m \leq \frac{n}{2} - \frac{1}{2n}. \quad (1)$$

Т.к. $1/2n < 1$, то удовлетворяющим этому условию целым числом может быть либо $m=(n-1)/2$ (при нечетном n), либо $m=(n-2)/2$ (при четном n). В первом случае оставшаяся часть круга равна

$$1 - mp = 1 - \frac{2n}{n^2 - 1} \cdot \frac{n-1}{2} = 1 - \frac{n}{n+1} = \frac{1}{n+1}.$$

Тогда за время $L/(n+1)v$, которое потребуется машине, чтобы дойти до точки старта, конькобежец пробежит расстояние $nL/(n+1)$, т.е. окажется также в точке старта. "Оставшаяся" часть дорожки оказывается равна нулю.

Во втором случае оставшаяся часть круга равна.

$$1 - mp = 1 - \frac{2n}{n^2 - 1} \cdot \frac{n-2}{2} = \frac{2n-1}{n^2 - 1}$$

В этом случае к моменту следующей встречи машина будет находиться на расстоянии $\left(\frac{2n-1}{n^2-1} - \frac{1}{n+1}\right)L = \frac{n}{n^2-1}L$ от точки старта. После этого конькобежец и машина движутся в одном направлении; к тому моменту, когда машина

окажется в точке старта, конькобежец будет от нее на расстоянии $\frac{n^2}{n^2-1}L - \frac{n}{n^2-1}L = \frac{n}{n+1}L$, и до точки старта ему останется пробежать $1/(n+1)$ часть круга.

Ответ: 0 при нечетных $n > 1$, $1/(n+1)$ при четных n .

Критерии оценивания

Найдено время одного "этапа"	2
Получено выражение для числа этапов (1) или аналогичное	2
Анализ случая четного n	3
Анализ случая нечетного n	3

9-2. Запишем уравнения, описывающие движение мяча (обозначения понятны из рисунка, t – время полета мяча):

$$L = V \cos \alpha t, \quad (1)$$

$$h + V \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2} = H/2. \quad (2)$$

Запишем также условие того, что в момент удара скорость была направлена под перекладину:

$$\operatorname{tg} \alpha = (H-h)/L \quad (3).$$

Выражая из (1) время, получим $V \sin \alpha t = V \sin \alpha \frac{L}{\cos \alpha} = L \operatorname{tg} \alpha$. С учетом (3)

$$V \sin \alpha t = L \operatorname{tg} \alpha = L \frac{H-h}{L} = H-h. \quad \text{Тогда из (2) имеем } t = \sqrt{\frac{H}{g}} \approx 0,5 \text{ с.}$$

Ответ: 0,5 с.

Критерии оценивания

Записано соотношение (1)	1
Записано соотношение (2)	2
Записано соотношение (3)	3
Получен ответ	4

Альтернативное решение. Обозначим А – т. броска, В – вершина ворот, С – точка, в которой мяч пересек линию ворот (см. рис. 17). Тогда, в соответствии с условием, $\overrightarrow{AB} = \vec{V}t$, а в соответствии с векторным законом движения $\overrightarrow{AC} = \vec{V}t + \frac{\vec{g}t^2}{2}$. Поскольку $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$, получаем $\overrightarrow{BC} = \frac{\vec{g}t^2}{2}$. Но $BC = H/2$, откуда и получаем ответ.

9-3. Поскольку плотность шайбы меньше плотности не только третьей, но и второй жидкости, то возможны два варианта – когда шайба частично погружена в третью жидкость и когда она не погружена в нее; при этом часть шайбы обязательно находится в первой жидкости.

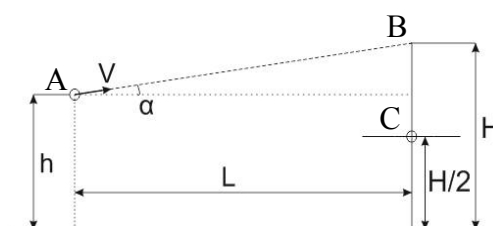


Рис. 17

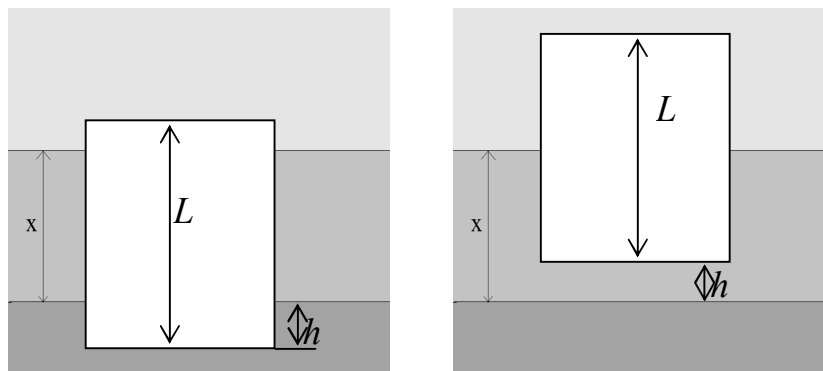


Рис. 18

Для первого случая (рис. 18 слева) условие плавания имеет вид (S – площадь основания шайбы, остальные обозначения приведены на рис.):

$$\rho SLg = \rho_1 g S(L+h-x) + \rho_2 g S(x-h),$$

откуда $x = L \frac{\rho - \rho_1}{\rho_2 - \rho_1} + h = 17,5$ мм.

Для второго случая (рис. 18 справа) это условие выглядит как

$$\rho SLg = \rho_1 g S(L-h-x) + \rho_2 g Sx + \rho_3 g Sh, \text{ откуда } x = L \frac{\rho - \rho_1}{\rho_2 - \rho_1} - h \frac{\rho_3 - \rho_1}{\rho_2 - \rho_1} = 5 \text{ мм.}$$

Ответ: 17,5 мм либо 5 мм.

Критерии оценивания

Записано условие плавания для первого случая	3
Получен ответ для первого случая	2
Записано условие плавания для второго случая	3
Получен ответ для второго случая	2

9-4. Сначала выясним, весь ли лед растаял. Предположим, что весь. Объем содержимого сосуда складывается из объема льда $V_1 = \frac{m}{\rho}$ и объема залитой воды

$V_2 = \frac{m}{\rho_0}$. Пусть H — первоначальный уровень воды сразу после заливки. Ясно,

что $S \cdot H = V_1 + V_2$. Отсюда $H = \frac{V_1 + V_2}{S} = \frac{m}{S} \frac{\rho_0 + \rho}{\rho_0 \cdot \rho}$ Уменьшение объема после

таяния всего льда составит $\Delta V = V_1 - V_2 = m \frac{\rho_0 - \rho}{\rho_0 \cdot \rho}$, что приведет к понижению

уровня воды на $\Delta H_0 = \frac{V_1 - V_2}{S} = \frac{m}{S} \frac{\rho_0 - \rho}{\rho_0 \cdot \rho}$. Относительное уменьшение уровня

воды: $\alpha_0 = \frac{\Delta H_0}{H} = \frac{\rho_0 - \rho}{\rho_0 + \rho} = \frac{0,1}{1,9} \approx 0,05 = 5\%$. Следовательно, лед растаял не пол-

ностью. Поэтому, установившаяся температура в сосуде будет $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Пусть

масса растаявшего льда Δm . Объем оставшегося льда $V_1' = \frac{m - \Delta m}{\rho}$, суммарный

объем воды $V_2' = \frac{m + \Delta m}{\rho_0}$. Фактическое изменение объема:

$$\Delta V' = (V_1 + V_2) - (V_1' + V_2') = \frac{\Delta m}{\rho} - \frac{\Delta m}{\rho_0} = \Delta m \frac{\rho_0 - \rho}{\rho_0 \cdot \rho} = \Delta H \cdot S. \quad (4)$$

Отсюда получаем, что $\Delta H = \frac{\Delta m}{S} \frac{\rho_0 - \rho}{\rho_0 \cdot \rho}$ и $\alpha = \frac{\Delta H}{H} = \frac{\Delta m}{m} \frac{\rho_0 - \rho}{\rho_0 + \rho}$. Поэтому отно-

сительное уменьшение массы льда $\frac{\Delta m}{m} = \alpha \frac{\rho_0 + \rho}{\rho_0 - \rho}$.

Составим уравнение теплового баланса: $c_B m (t_x - t_0) = \Delta m \lambda$. Отсюда получаем начальную температуру заливаемой воды:

$$t_x = t_0 + \frac{\lambda}{c_B} \frac{\Delta m}{m} = t_0 + \frac{\lambda}{c_B} \alpha \frac{\rho_0 + \rho}{\rho_0 - \rho} = \frac{330 \cdot 10^3}{4,2 \cdot 10^3} 0,02 \frac{1900}{100} = 29,857 \approx 30^\circ\text{C}.$$

Ответ: Начальная температура налитой в сосуд воды $t_x = t_0 + \frac{\lambda}{c_B} \alpha \frac{\rho_0 + \rho}{\rho_0 - \rho} \approx 30^\circ\text{C}$.

Критерии оценивания

Получена связь начального уровня воды с массой льда	2
Посчитано изменение объема льда при таянии	1
Показано, что не весь лед растает	2
Получена связь растаявшей массы льда с изменением уровня воды	2
Записано уравнение теплового баланса	2
Получен ответ	1

9-5. Если напряжение источника U_0 , то исправный вольтметр в первом случае показывает $U_0/2$, а во втором – либо $U_0/3$, либо U_0 . Соответственно, показания правильного вольтметра должны либо увеличиться вдвое, либо уменьшиться в 1,5 раза. Поскольку приведенное значение 0,7 В не удовлетворяет этому условию ни в комбинации с 1,5 В, ни в комбинации с 1,2 В, следовательно, это показание испорченного вольтметра. Кроме того, разность показаний правильного и испорченного вольтметров составляет 0,3 В. Если правильное показание 1,2 В, то во второй схеме оно будет 0,8 В, а неправильное показание тогда должно быть 1,1 В, что не соответствует условию. Если же правильное показание 1,5 В, то по второй схеме оно составит 1 В, а неправильное 0,7 В, что соответствует условию. Тогда напряжение источника 3 В.

Ответ: 3 В.

Критерии оценивания

Указано, как должны быть связаны показания исправного вольтметра в двух схемах	2
Показано, что 0,7 В – показание испорченного вольтметра	3
Показано, что 1,2 В не может быть показанием правильного вольтметра	3
Получен ответ	2

Указание проверяющему: следует иметь в виду, что конкретный ход рассуждений может отличаться от авторского, но обязательно должен включать не только обоснование корректности сделанного предположения о том, какой вольтметр работает правильно, но и обоснование его единственности.

Альтернативное решение. Если учесть, что показания приборов могут отличаться от истинных на 10%, то появляется еще один возможный вариант. Действительно, если 1,2 В – показания исправного вольтметра (т.е. истинное значение напряжения лежит в интервале $(1,20 \pm 0,12)$ В, то во втором случае значение напряжения на вольтметре должно лежать в интервале $(0,80 \pm 0,08)$ В. Если предположить, что 0,7 В – показания исправного вольтметра, то значение напряжения лежит в интервале $(0,70 \pm 0,07)$ В. Эти интервалы имеют область перекрытия $0,72 \div 0,77$ В, что соответствует значению напряжения источника $2,16 \div 2,31$ В. Это второй возможный ответ. Перебором несложно показать, что других удовлетворяющих условию вариантов нет.

Ответ: 3 В либо $2,16 \div 2,31$ В.

При проверке полным баллом оценивался любой из двух представленных вариантов решения.

10 класс

10-1. Считая плотность распределения машин на дороге постоянной, запишем количество машин определённого типа, проходящих через некоторую точку дороги за время Δt : $N = nLv\Delta t$ (1), где n – «концентрация» (число на единице площади) машин на дороге, L — ширина дороги, v — скорость движения машин относительно наблюдателя. Тогда для движущегося в попутном направлении велосипедиста получим отношение количества встречающихся машин

$$N_{1-}/N_{2-} = \beta_- = n_1(v_1 - v_B)/n_2(v_2 - v_B),$$

во встречном

$$\beta_+ = n_1(v_1 + v_B)/n_2(v_2 + v_B),$$

для неподвижного

$$\beta_n = n_1 v_1 / n_2 v_2.$$

Из условия определяем $\beta_n = 1$, $\beta_+ = 9/8$, $\beta_- = 3/4$. Для упрощения дальнейших выкладок перейдём к безразмерным переменным: обозначим отношение «концентраций» машин $n_1/n_2 = \beta_0$, отношение скоростей машин к скорости велосипедиста $v_i/v_B = \gamma_i$, где $i=1, 2$. Тогда уравнения примут вид

$$\beta_- = \beta_0(\gamma_1 - 1)/(\gamma_2 - 1) \quad (2)$$

$$\beta_+ = \beta_0(\gamma_1 + 1)/(\gamma_2 + 1) \quad (3)$$

$$\beta_n = \beta_0 \gamma_1 / \gamma_2 \quad (4).$$

Решая полученную систему уравнений (можно, например, сложить уравнения (1) и (2)), получим

$$\gamma_2 = \frac{\beta_+ - \beta_-}{2\beta_n - (\beta_+ + \beta_-)} = 3, \quad \gamma_1 = \frac{\beta_n(\beta_- - \beta_+)}{2\beta_+\beta_- - \beta_n(\beta_+ + \beta_-)} = 2.$$

Тогда $\beta_0 = \beta_n \gamma_2 / \gamma_1 = 3/2$.

Ответ: 2:3, машин типа 1 больше в 1,5 раза.

Критерии оценивания

Получено выражение (1)	2
Записана система (2)–(4) (в размерном или безразмерном виде)	4
Получены ответы:	
оба	4
только один	3

10-2. Пусть v – скорость ОС относительно З в начальный момент, a_3 – ускорение звездолета, t_k и t_n – суммарное время работы кормовых и носовых дюз РК соответственно. (Для определенности будем считать, что скорость ОС в начальный момент больше скорости звездолета, т.е. v и a_3 положительны.) Тогда общее время движения РК $t_{\text{общ}} = t_k + t_n$, ускорения, сообщаемые кормовыми и носовыми дюзами, равны (по модулю) $a_k = \alpha a_3$ и $a_n = \beta a_3$ соответственно.

Общее время движения удовлетворяет соотношению $t_{\text{общ}} = v/a_3$ (1). В начальный момент скорость РК совпадала со скоростью З (т.е. относительно ОС была равна $-v$), а в соответствии с описанным в условии механизмом работы дюз РК его скорость всегда лежит между скоростями З и ОС, поэтому к моменту стыковки скорость РК относительно ОС станет равной нулю. Тогда изменение скорости РК за все время движения равно v (2). С другой стороны, изменение скорости РК равно разности результирующих изменений за счёт кормовых и носовых дюз, которые линейно зависят от времён работы кормовых и носовых дюз РК в течение каждого цикла и суммируются независимо, поэтому $a_k t_k - a_n t_n = v$ (3). Таким образом, имеем систему $\alpha t_k - \beta t_n = v/a_3 = t_{\text{общ}}$ и $t_{\text{общ}} = t_k + t_n$. Решая ее, получаем $t_k/t_{\text{общ}} = (\beta + 1)/(\alpha + \beta)$, $t_n/t_{\text{общ}} = (\alpha - 1)/(\alpha + \beta)$.

Ответ: $t_k/t_{\text{общ}} = (\beta + 1)/(\alpha + \beta)$, $t_n/t_{\text{общ}} = (\alpha - 1)/(\alpha + \beta)$.

Критерии оценивания

Записано соотношение (1) или аналогичное	2
Имеется утверждение (2)	2
Записано соотношение (3) или аналогичное	4
Получен ответ	2

10-3. Как известно, центр масс треугольника лежит на пересечении его медиан, которые точкой пересечения делятся в отношении 2:1 (т. О на рис.19). Чтобы найти, силу, которую прикладывает рабочий, держащий, например, лист за угол В, нужно записать условие равновесия листа относительно оси АС. Плечо силы F_B равно длине стороны ВС, а плечо силы тяжести – длине перпендикуляра ОD, опущенного из т. О на сторону АС. Из подобия треугольников АВС и ЕОD видно, что ОD втрое меньше ВС. Тогда условие равновесия имеет вид $mg a/3 = F_B a$, т.е. $F_B = mg/3$. Аналогичным образом получаем $F_A = mg/3$. Т.к. сумма всех сил должна быть равна mg , то и $F_C = mg/3$

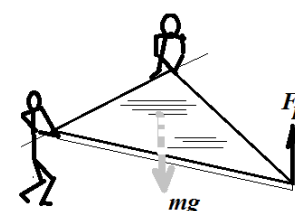
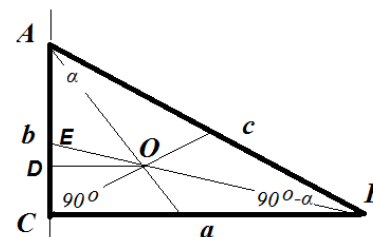


Рис. 19

Ответ: все силы равны 400 Н.

Критерии оценивания

Указано, что сила тяжести приложена в центре масс	1
Указано, что центр масс лежит на пересечении медиан	2
Записано условие равновесия относительно одной из сторон	4
Найдены силы	3 (по 1 баллу за каждую)

10-4. Подаваемое на схему напряжение определяется напряжением на части потенциометра слева от ползунка и, соответственно, будет изменяться от 0 (когда ползунок находится в крайнем левом положении) до напряжения источника $U_{\text{п}}$ (когда ползунок находится в крайнем правом положении). Закон Ома для схемы будет записываться по-разному для различных значений подаваемого на неё напряжения, которое и измеряет вольтметр (падение напряжения на амперметре равно 0, т. к. он идеальный). Так, при $U_{\text{в}} < U_0$ ток через диод не идёт, и для тока источника получаем $I_{\text{А}} = U_{\text{в}}/R_0$ (1).

При $U_{\text{п}} \geq U_{\text{в}} \geq U_0$ через резистор R_0 протекает ток $I_0 = U_{\text{в}}/R_0$; падение напряжения на диоде U_0 ; в ветви, содержащей диод и резистор $R_{\text{д}}$, протекает ток $I_{\text{д}} = (U_{\text{в}} - U_0)/R_{\text{д}}$.

Ток источника в этом случае $I_{\text{А}} = I_0 + I_{\text{д}} = U_{\text{в}}(1/R_0 + 1/R_{\text{д}}) - U_0/R_{\text{д}}$ (2). График полученной кусочно-линейной зависимости приведён на рис. 20.

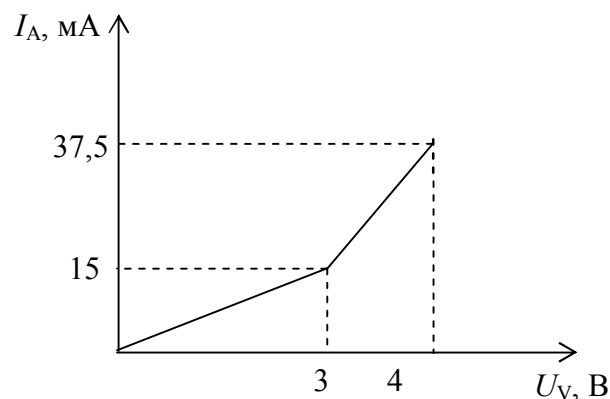


Рис. 20

Ответ: рис. 20

Критерии оценивания

Определены пределы изменения напряжение вольтметра	1
Указано, что показания амперметра и вольтметра определяют напряжение, подаваемое на схему, и полный ток	1
Получено уравнение участка, соответствующего закрытому диоду	2
Получено уравнение участка, соответствующего открытому диоду	4
Построен график	2

10-5. Пусть угол падения луча на зеркало равен α (см. рис.21, положение зеркала и отраженного луча после поворота показано красным цветом), тогда отраженный луч образует с перпендикуляром также угол α . Если зеркало повернулось на угол β , то теперь угол падения луча стал равен $\alpha + \beta$, а отраженный луч также образует угол $\alpha + \beta$ с перпендикуляром. Но т.к. сам перпендикуляр повернулся на угол β , то с прежним направлением отраженного луча получается угол $\alpha + \beta + \beta - \alpha = 2\beta$.

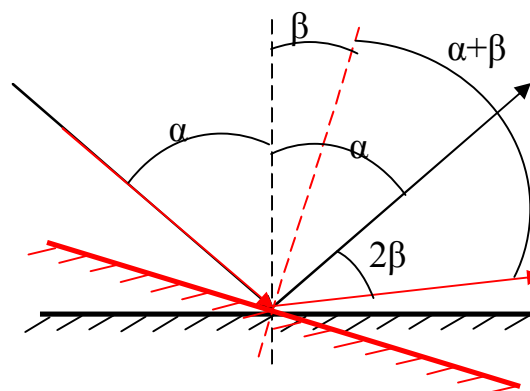


Рис. 21

Таким образом, при повороте зеркала луч отклонится на угол $2\beta=0,2^\circ=1/300$ рад. Т.к. этот угол малый, то смещение зайчика можно рассчитать как длину дуги окружности радиуса 1 м, опирающуюся на этот угол: $\Delta x=1/300 \text{ м}=3 \text{ мм}$.

Критерии оценивания

Показано, что при повороте зеркала луч отклонится на вдвое больший угол, что луч отклонится на угол 2α	6
Получена связь смещения с углом	2
Получен численный ответ	2

Указание проверяющему: 1. способы доказательства того, что при повороте зеркала луч отклоняется на удвоенный угол, могут быть разными. Тот факт, что отраженный луч образует с падающим угол, вдвое больший угла падения, может быть использован без доказательства. 2. При наличии в работе только рисунка, изображающего ход лучей (аналогичного приведенному в авторском решении) ставить 3 балла. 3. Если при расчетах участник не переводит угол в радианы (и получает ответ 0,2 м), баллы за ответ не начисляются.

11 класс

11-1. На сосуд с водой действуют три силы: 1) сила тяжести сосуда, 2) сила тяжести налитой воды, 3) сила давления падающей струи.

В момент начала падения сумма моментов этих сил относительно края стола должна равняться нулю. Все силы направлены вертикально, поэтому их плечо будет рассчитываться как расстояние по горизонтали от точки приложения силы до края стола.

Точка приложения силы 1 есть центр масс сосуда, его положение указано в условии.

Для расчета точки приложения силы 2 определим, до какой высоты поднимется уровень воды за указанное время (30 с).

Объемный расход воды есть произведение скорости струи на площадь ее поперечного сечения $Q=v_0\pi d^2/4\approx 100 \text{ см}^3/\text{с}$, т.е. через 30 с в сосуде будет 3 кг воды. Тогда расстояние h от поверхности воды до верхнего края сосуда (см. рис. 22) можно определить из уравнения $0,5b(a^2-h^2)=Qt$, Подставляя числовые данные, можно получить $h=89 \text{ см}$.

Известно, что центр масс прямоугольного треугольника находится на расстоянии $1/3$ соответствующего катета от прямого угла (см. рис.23, доказательство этого факта приведено в решении задачи 10-3, требовать его доказательства от участников не следует, т.к. он достаточно известен).

Определим положение центра масс налившейся воды. Пусть он расположен на расстоянии x от прямого угла по горизонтали. Полностью заполняющий сосуд объем воды (центр масс которого находится на расстоянии $a/3$ от прямого угла) можно представить состоящим из налившейся к данному моменту воды (серая трапеция на рис. 22) и подобного полному объема со стороной h (незакрашенный тре-

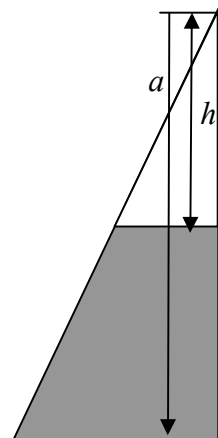


Рис. 22

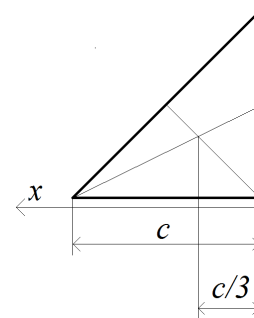


Рис. 23

угольник на рис. 22), центр масс которого находится на расстоянии $h/3$ от прямого угла. Тогда (m – масса воды в полном сосуде)

$$\frac{a}{3} = \frac{\frac{h}{3}m\left(\frac{h}{a}\right)^2 + xm\left(1 - \left(\frac{h}{a}\right)^2\right)}{m}, \text{ откуда } x = \frac{a^3 - h^3}{3(a^2 - h^2)} = 47,3 \text{ см.}$$

Плечо силы тяжести, действующей на воду, относительно края стола, равно $L = a/2 - x = 2,7$ см.

Посчитаем силу 3. За малое время Δt из струи в сосуд переходит вода массой $\rho Q \Delta t$, движущаяся со скоростью $v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$. Тогда ее импульс $\rho Q \Delta t v$ должен гаситься силой $F = \rho Q v$, действующей со стороны сосуда. Это и есть, по 3-му закону Ньютона, сила давления струи на сосуд. Т.к. отверстие в сосуде мало по сравнению с a , плечо этой силы равно, очевидно, $a/2$.

Тогда условие равенство нулю суммы моментов относительно левого края стола будет иметь вид $mga/6 = \rho g Q t L + \rho Q v a/2$, откуда находим $m = 624$ г.

Ответ: 624 г

Критерии оценивания

Рассчитана масса воды, налившейся в сосуд	1
Рассчитано положение ее центра тяжести	3
Рассчитана сила давления струи	3 (если не учтено изменение скорости, то 2)
Записано условие равновесия	2
Получен ответ	1

Указание проверяющему: 1. Возможны две типовые ошибки: не учтена сила давления струи (при отсутствии других ошибок оценка 4 балла) и не учтено изменение скорости воды при падении (при отсутствии других ошибок оценка 8 баллов). В первом случае получается "типовой неверный ответ" 487 г, во втором – 528 г. 2. Баллы за условие равновесия начисляются только в том случае, если в нем присутствуют все три силы (возможно, неверно рассчитанные).

11-2. Если на чашку сахар насыпать медленно, то очевидно, что в любой момент вес сахара уравновешивается силой растяжения пружины, чашка смещается на расстояние $x = \frac{mg}{k}$, отсчитываемое от положения первоначального равновесия x_0 . "Настроенное" на массу m_1 реле срабатывает, когда чашка с сахаром прошла расстояние $x_1 = \frac{m_1 g}{k}$ (1).

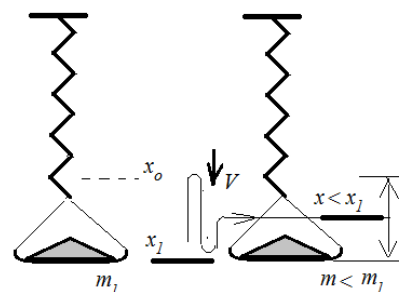


Рис. 24

Если же сахар положить сразу весь, то уже при массе $m < m_1$ чашка, опускаясь от отметки x_0 , не остановится в положении равновесия $x = \frac{mg}{k}$, а пройдет это положение, растягивая пружину дальше до тех пор, пока вся кинетическая энергия груза не перейдет в потенциальную энергию сжатой пружины. Весы придут

в движение с затухающими покачиваниями вверх/вниз около этого будущего положения равновесия. Записывая закон сохранения энергии для начального и наинизшего положений груза (потерями на одном периоде колебаний можно пренебречь), получаем, что разность потенциальных энергий начального и наинизшего положений груза перейдет в потенциальную энергию пружины:

$mgx = \frac{kx^2}{2}$, откуда $x = \frac{2mg}{k}$ (2). И если груз после первого момента качания

опустится до положения x_1 , на которое настроены весы, реле сработает. Случится это при массе m , значение которой определяется равенством

$x_1 = \frac{2mg}{k}$, то есть $m = \frac{kx_1}{2g} = \frac{m_1}{2}$. Чтобы избежать такой ошибки, отсчеты реле

нужно снимать только после окончания всех качаний груза.

Ответ: $m_1/2$.

Критерии оценивания

Получено соотношение (1)	2
Указано, что во втором случае будут происходить колебания	2
Получено соотношение (2)	4
Получен ответ	2

11-3. Вода начнет кипеть в той точке, в которой ее давление окажется равным давлению насыщенных паров при соответствующей температуре. В соответствии с законом теплопроводности, в сосуде будет устанавливаться линейная зависимость температуры от высоты. Соответственно, в первом эксперименте на расстоянии h от поверхности воды температура будет равна $T(h) = 20^\circ\text{C} + (T_{\text{дна}} - 20^\circ\text{C})h/H$, $H = 10$ м.

С другой стороны, давление на этой глубине определится как $p = p_0 + \rho gh$. Исключая из этих уравнений h , получаем соотношение, связывающее температуру и давление воды:

$$p = p_0 + \rho g H \frac{T - 20^\circ\text{C}}{T_{\text{дна}} - 20^\circ\text{C}}. \quad (1)$$

Это прямая, проходящая через точку $(p_0, 20^\circ\text{C})$, угловой коэффициент которой зависит от температуры дна. Для того, чтобы вода начала кипеть, такая прямая должна пересечь график зависимости давления насыщенных паров от температуры в области, соответствующей реальному диапазону значений давления в этом столбе воды (т.е. от 10^5 Па в верхней точке до $2 \cdot 10^5$ Па в нижней) (на рис.25 этот участок выделен красным). Т.к. угловой коэффициент уменьшается с увеличением температуры дна, следует выбирать прямую с наибольшим возможным угловым коэффициентом. Она изображена на рис. 25 и пересекает график в точке с наибольшим давлением (соответствующей дну) при температуре 119°C . Это и есть ответ на первый вопрос.

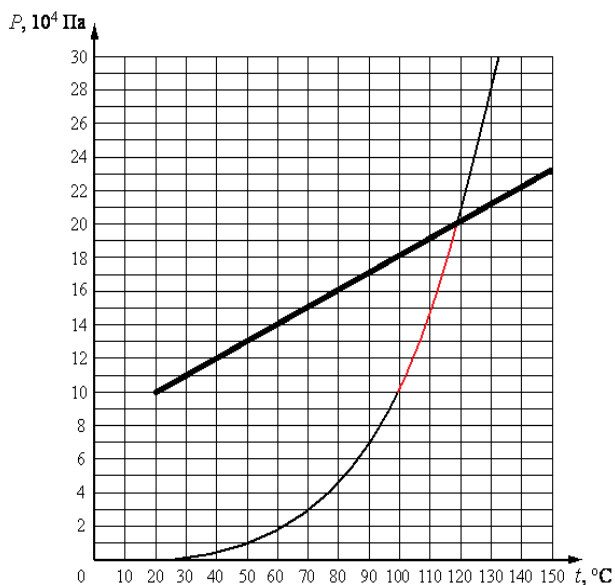


Рис. 25

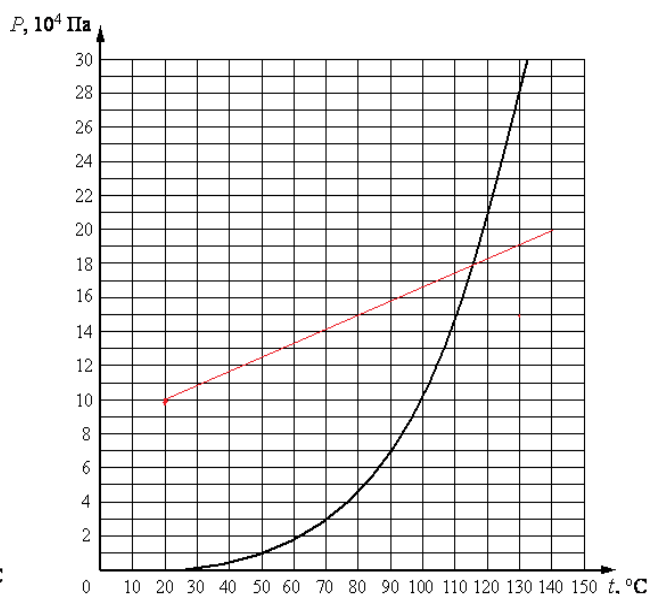


Рис. 26

Во втором эксперименте при резком уменьшении давления распределение температуры измениться не успеет, поэтому прямая будет иметь вид, показанный на рис. 26. Из него видно, что ее пересечению с графиком соответствует давление $1,8 \cdot 10^5$ Па, что достигается на высоте 2 м от дна.

Ответ: 119°C (допускается ответ 120°C), 2 м

Критерии оценивания

Получена зависимость температуры воды от глубины	2
Получена зависимость давления от глубины	1
Получена связь температуры и давления	2
Идея поиска точки кипения как точки пересечения графиков	1
Получен ответ на первый вопрос	2
Получен ответ на второй вопрос	2

Указание проверяющему: рассуждения вида "очевидно, что вода начнет кипеть на дне, поскольку там наибольшая температура" нельзя считать верными, поскольку на дне не только наибольшая температура, но и наибольшее давление, следовательно, наибольшая температура кипения. Прийти к правильному ответу на этом пути можно, но для этого нужны аккуратные рассуждения, связанные с анализом скорости убывания температуры кипения с удалением от дна и т.п. В отсутствие этих рассуждений такие решения следует считать неверными и оценивать не выше 2 баллов.

11-4. Закон Ома для представленной схемы будет записываться по-разному для различных значений подаваемого на схему напряжения, которое и измеряет вольтметр (падение напряжения на амперметре равно 0, т. к. он идеальный). Так, при $U_V < U_0$ ток через диод не идёт, и для тока источника получаем $I_A = U_V / R_0$ (1). При $U_V \geq U_0$ через резистор R_0 протекает ток $I_0 = U_V / R_0$, падение напряжения на диоде U_0 , в ветви, содержащей диод и резистор R_D , протекает ток $I_D = (U_V - U_0) / R_D$. Ток источника в этом случае $I_A = I_0 + I_D = U_V (1/R_0 + 1/R_D) - U_0/R_D$ (2). График полученной кусочно-линейной зависимости приведён на рис. 27.

Рассчитав по данным таблицы отношения приращений тока к приращениям напряжения для соседних точек в таблице, видим, что отношение различно для всех трёх имеющих интервалов: 10^{-2} Ом^{-1} , $13,3 \cdot 10^{-3} \text{ Ом}^{-1}$ и $15 \cdot 10^{-3} \text{ Ом}^{-1}$ для первого, второго и третьего интервалов соответственно. При полученном виде зависимости $I_A(U_V)$ такое возможно только в том случае, если точка излома графика лежит между второй и третьей точками таблицы. Тогда по данным первого интервала получаем $R_0 = 100 \text{ Ом}$, по данным третьего интервала получаем $1/R_0 + 1/R_D = 15 \cdot 10^{-3} \text{ Ом}^{-1}$, откуда находим $R_D = 200 \text{ Ом}$. Уравнение прямой, соединяющей точки таблицы 3 и 4, должно описываться функцией (2), откуда находим $U_0 = 3 \text{ В}$

Ответ: $R_0 = 100 \text{ Ом}$, $R_D = 200 \text{ Ом}$, $U_0 = 3 \text{ В}$.

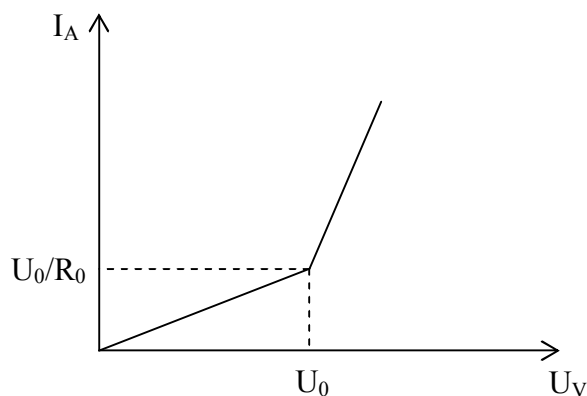


Рис. 27

Критерии оценивания

за вывод уравнений, описывающих линейные участки ВАХ	по 2 балла (всего 4)
за определение каждого из требуемых параметров	по 2 балла (всего 6)

Указание проверяющему: определение параметров может осуществляться различными способами, в т.ч. и графически.

11-5. Ход лучей при освещении правого торца трубы показан на рис. 28.

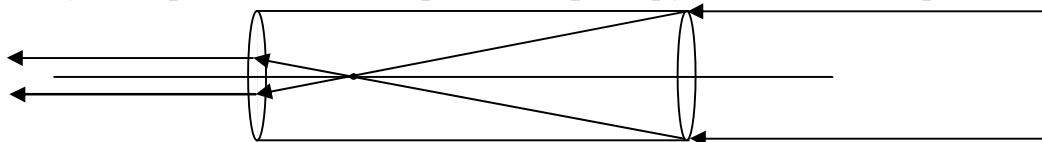


Рис. 28

Из него видно, что в этом случае лучи не попадают на стенки трубы, поэтому на выходе получается параллельный пучок света. Из рис.28 видно, что отношение диаметров падающего и вышедшего пучков равно отношению фокусных расстояний линз, поэтому фокусное расстояние левой линзы равно $F/3$, а длина трубы – соответственно, $4F/3$.

Построим теперь ход лучей при падении пучка на левый торец (рис. 29). В этом случае некоторые лучи попадут на зеркальные стенки линзы, соответственно, помимо сформированного левой линзой точечного изображения, находящегося в ее фокусе и дающего параллельный главной оси пучок света диаметром D , будут также и отражения этого изображения в стенках трубы. Т.к. в плоскости падения лучей кривизна стенок равна нулю, то это отражение будет строиться как отражение в плоском зеркале. Ход лучей от этих изображений показан на рис. 29 красными лучами: т.к. эти "источники" находятся в фокальной плоскости, но не на главной оптической оси, это будут параллельные пучки лучей, идущие, однако, не параллельно главной оптической оси. Для их построения можно, например, провести побочную оптическую ось.

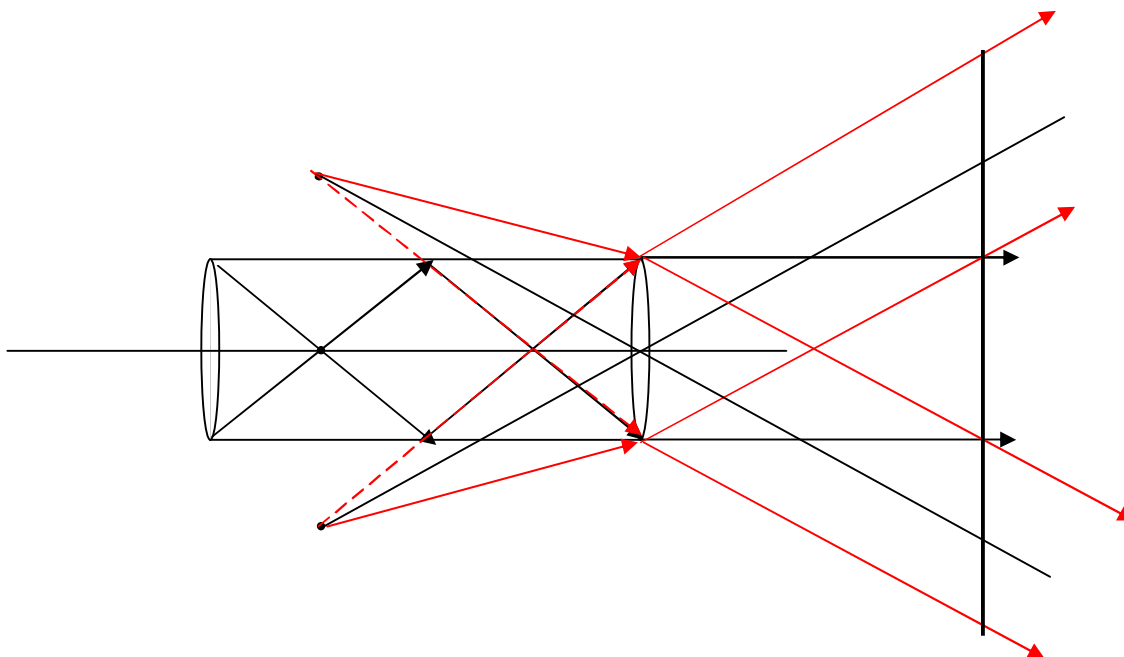


Рис. 29

Несложные геометрические расчеты показывают, что на расположенном на расстоянии F справа экране суммарно будет освещен круг диаметром $3D$. Заметим, что из построения следует, что каждый луч может отразиться от стенок трубы не более одного раза, поэтому других изображений не будет

Ответ: $3D$

Критерии оценивания

Определено фокусное расстояние левой линзы	2
Указано, что при освещении левого торца будут возникать отражения от стенок	2
Построен ход лучей с учетом отражений	3
Указано, что двойных отражений не будет	1
Рассчитан диаметр пятна	2

Рекомендации по проверке работ

Необходимо помнить, что олимпиада – это соревнование по решению нестандартных задач, а не по аккуратному выписыванию известных формул и определений. Основная задача, стоящая перед участником – получить конструктивным способом правильный ответ на заданный в условии вопрос. Поэтому при проверке большее внимание нужно обращать на результат решения задачи, а не на применяемый метод и степень гладкости и аккуратности его изложения.

Рекомендуется организовать проверку так, чтобы одну и ту же задачу во всех работах проверял один и тот же человек, в этом случае уверенность в том, что одинаковые решения будут оценены одинаковым числом баллов (а это основное требование к проверке), существенно выше. Идеальный вариант достигается, если каждый член жюри проверяет только одну задачу. Такая система не исключает, однако, обсуждения отдельных решений (как правило, нестандартных) всеми членами жюри.

Считаем необходимым напомнить, что "Порядок проведения Всероссийской олимпиады школьников по физике" не содержит требований к проценту выполнения работы, необходимому для получения статуса призера. Поэтому настоятельно рекомендуется присваивать в каждой параллели хотя бы одному участнику олимпиады статус призера.

При проверке необходимо придерживаться следующих правил:

0. Максимальная оценка за любую задачу 10 баллов. Если по прочтении критериев Вам кажется, что это не так, **обязательно** обратитесь к председателю жюри либо в методическую комиссию. **Вообще, рекомендуется обращаться в методическую комиссию при наличии вопросов по решениям или критериям.**

1. Абсолютно недопустимо снимать баллы за отсутствие в работе необязательных для получения ответа элементов, таких как запись краткого условия, проверка размерностей, перевод единиц измерения в одну систему и т.п.

2. Абсолютно недопустимо снимать баллы за "некрасивый" или нерациональный метод решения, в частности, за проведение вычислений не в общем виде. Любое полное правильное решение должно быть оценено полным баллом.

3. Не следует снимать баллы за отсутствие пояснений общеизвестных вещей (например, если участник пишет условие равенства суммы всех сил нулю,

но не указывает, что это второй закон Ньютона для покоящегося тела; или при записи условия плавания тела сразу пишет $\rho g V$, не уточняя, что это сила Архимеда), интуитивно понятных обозначений (если, например, в задаче всего два тела, движущихся равномерно, то не требуют специального пояснения обозначения v_1 и v_2), пропуск тривиальных этапов в решении (если второй закон Ньютона пишется сразу в проекциях на наклонную плоскость). Вообще рекомендуется не требовать слишком подробных пояснений: если Вы поняли, о чем идет речь и почему участник пишет эти формулы, не надо придирайтесь к тому, что они недостаточно пояснены.

4. Необходимо строго придерживаться указанных после каждой задачи критериев оценивания, при этом допускается выставление неполного балла. Так, если за запись некоторого уравнения ставится 3 балла, то имеет смысл за записанное с ошибкой уравнение ставить 0, 1 или 2 балла, в зависимости от того, насколько существенна эта ошибка.

5. Возможны ситуации, при которых *математическая* ошибка в одной из промежуточных формул приводит к тому, что все последующие тоже оказываются неверными, хотя физика задачи участником понята и логика решения верна (если, например, участник неправильно спроектировал второй закон Ньютона на оси, но дальнейшие преобразования сделал верно). В этом случае снимать баллы следует только за ту формулу, в которой первоначально была сделана ошибка. Т.е. если из формулы (1) получается формула (2), а из нее формула (3), причем формула (1) записана неверно, но (2) и (3) получены из нее корректно, то баллы за формулы (2) и (3) должны быть поставлены полностью.

6. Во всех случаях, кроме критерия "получен ответ", слова "найдена (получена) величина x " следует понимать как "найден численное значение величины x **либо** формула, выражающая ее через заданные в условии величины"

7. Если полученный ответ неверен (неважно, вследствие арифметических ошибок при расчете либо более ранних ошибок), выставлять по критерию "получен ответ" полный балл нельзя.

8. Приведенные критерии оценивания применяются для оценивания *частично неверных либо недостаточно обоснованных* решений. Любое *верное и в достаточной степени обоснованное* решение необходимо оценивать в 10 баллов. Утверждения, обоснование которых должно присутствовать в решении в явном виде, обязательно упомянуты в критериях.

9. Указание размерности при промежуточных вычислениях не требуется. Если задача предполагает получение числового ответа в размерных величинах, то отсутствие указания размерности ответа должно обязательно приводить к снижению баллов в пределах полагающихся в соответствии с критериями за получение ответа.

10. В случае, если представленное решение имеет существенно отличную от авторской логику, необходимо разработать систему оценивания, по возможности совпадающую с указанной в ключевых точках. Если же невозможно и это (большая просьба информировать методическую комиссию о столь нестандартных решениях), следует ориентироваться на следующие общие правила:

10 – задача решена правильно и все существенные моменты решения корректно объяснены.

8-9 – задача решена правильно, но некоторые существенные моменты решения объяснены недостаточно корректно, *либо* имеется числовая ошибка, не приведшая к очевидно неверному ответу¹.

6-7 – задача в целом решена правильно, но имеется алгебраическая ошибка, не приведшая к очевидно неверному ответу, *либо* явно недостаточны пояснения к решению, *либо* не рассмотрена одна из возможных ситуаций, оказавшаяся несущественной для решения.

4-5 – основная идея решения верна, но имеется ошибка, не позволившая ее развить, *либо* не рассмотрена одна из существенных для решения ситуаций, *либо* введены некорректные предположения, упростившие задачу, *либо* в правильном решении допущена арифметическая или алгебраическая ошибка, приведшая к очевидно неверному ответу.

2-3 – имеются правильные рассуждения, которые не могут привести к верному решению без использования дополнительных соображений.

1 – участник приступил к решению задачи, но *связанных с ней* здравых идей не предложил. Рекомендуются сюда же относить решения, ограничившиеся сделанным рисунком, а также сколь угодно длинные перечисления формул, не относящихся к данной задаче.

0 – участник не приступал к решению.

11. В случае, если участник приступил к решению задачи (т.е. написал что-либо кроме краткого условия), но ни один указанный в критериях пункт не выполнил, нужно ставить 1 балл.

¹ То есть к ответу, неправильность которого очевидна без специальной проверки (скорость пули сравнима со скоростью света, или скорость пешехода превышает скорость автобуса, или размер зерна сравним с размером атома и т.п.), а также несовпадающему с искомой величиной по размерности.

12. В случае, если в задаче записан только правильный ответ без комментариев относительно способа его получения, необходимо ставить 0 баллов.

13. Все записи, которые зачеркнуты участником, не проверяются и не оцениваются (даже если они верные).

14. Если в работе содержится несколько решений одной и той же задачи, и комментарии участника позволяют понять, какое из решений он считает верным, то оценивается только оно.

15. Если же при нескольких решениях невозможно понять, какое участник считает верным, то следует придерживаться следующих правил:

А. Если все решения верные (например, несколько различных способов решения), то оценивается наилучшее.

Б. Если среди решений есть как верные, так и неверные, то оценивается *наихудшее* решение.

16. По решению жюри черновики работ могут проверяться либо не проверяться, при этом принятое решение должно быть объявлено участникам до начала олимпиады. Если принято решение проверять черновики, то рекомендуется придерживаться следующих правил:

А. Если в чистовике имеется завершенное (неважно, верное или нет) решение задачи, то черновик этой задачи не оценивается, даже если бы в нем содержалось верное решение.

Б. Если решение в чистовике не завершено, а в черновике содержится его продолжение, то оно оценивается как если бы оно было изложено в чистовике. При этом другие версии решения, содержащиеся в черновике, не оцениваются.

В. Если в чистовике решение задачи отсутствует, то проверяется черновик. Если при этом в черновике содержится несколько принципиально различных решений, то следует придерживаться приведенных выше для чистовика правил.

Составители настоящего пособия надеются, что им удалось избежать опечаток в *условиях* задач. В то же время они уверены, что в *решениях* задач опечатки, к сожалению, остались, и будут благодарны за указание на них. Эти сведения, а также любые вопросы по условиям и решениям задач авторы просят присылать Савину Алексею Владимировичу (см. контакты на с. 2).