Саратовский государственный университет
имени Н.Г.Чернышевского

МАТЕРИАЛЫ
ДЛЯ ПОДГОТОВКИ И ПРОВЕДЕНИЯ
МУНИЦИПАЛЬНОГО ЭТАПА
LIII ВСЕРОССИЙСКОЙ
ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
ПО ФИЗИКЕ

Саратов
2018 г

Комплект заданий подготовлен
региональной методической комиссией по физике

Координаты для связи (Савин Алексей Владимирович):
E-mail: AVSavin@rambler.ru с пометкой «Олимпиада» в теме письма
Адрес: 410012, Саратов, ул. Астраханская, 83, СГУ, ФНП, Савину А.В.
Телефон +79033815893

Задачи предложили:

7 класс	8 класс	9 класс	10 класс	11 класс
1. М.Д. Матасов 2. А.А. Дворцов 3. А.А. Дворцов 4. А.А. Дворцов	1. А.А. Дворцов 2. группа авторов 3. А.В. Савин 4. В.Н. Шевцов	1. В.Н. Шевцов 2. М.М. Стольниц 3. В.Н. Шевцов 4. В.Н. Шевцов 5. А.В. Савин	1. М.М. Стольниц 2. А.А. Дворцов 3. А.А. Князев 4. А.А. Дворцов 5. А.А. Князев	1. А.А. Князев 2. М.М. Стольниц 3. А.А. Князев 4. Д.В. Савин 5. Д.В. Савин

Председатель методической комиссии: А.В. Савин.

Члены методической комиссии: В.П. Вешнев, А.А. Дворцов, А.А. Князев, Д.О. Любченко, М.Н. Нурлыгаянова, М.В. Поздняков, Д.В. Савин, М.М. Стольниц, Р.А. Торгашов, В.Н. Шевцов.

Общая редакция – А.В. Савин
Подготовка оригинал-макета – А.В. Савин, Д.В. Савин

Подписано в печать 7 декабря 2018 г. в 1.51.
С исправлениями замеченных в процессе проверки опечаток в решениях 11 декабря 2018 г. в 0.08

Условия задач

7 класс

1. "Средняя скорость капитана"

Однажды капитан Джек Воробей решил покататься на велосипеде. Ровно в 7 часов утра он выехал и поехал с постоянной скоростью 10 узлов. Проехав 40 миль, он позволил себе часок отдохнуть. После привала капитан крутил педали не столь интенсивно, однако продолжал ехать с постоянной скоростью и закончил прогулку только в 8 часов вечера, проехав в общей сложности 72 мили. С какой скоростью ехал капитан после привала? Какова была его средняя скорость за всю поездку? *Для справки*: 1 узел – морская мера скорости, равная 1 миле в час.

2."Успеть на разбор"

В 13.10 Саша собрался идти проводить разбор задач олимпиады по физике, который запланирован на 13.15. Однако Дима выхватил у него листочек с решениями и побежал на разбор с постоянной скоростью 16 км/ч. Ровно через 1 с Саша бросился его догонять. Саша бежит с переменной скоростью: 10 секунд со скоростью 10 км/ч, затем 20 секунд – со скоростью 20 км/ч, затем 10 секунд со скоростью 10 км/ч и т.д. Каждый раз, когда Саша и Дима оказываются в одной точке, листочек с решениями переходит из рук в руки. Известно, что Саша прибежал точно к началу разбора. Сколько раз переходил из рук в руки листочек (не считая момента старта)? На сколько раньше (или позже) прибежал на разбор Дима?

3. "Меловой след"

Лежащий у доски кусок мела имеет размеры 13 мм×13 мм×78 мм. Оцените максимальную длину линии, которую можно провести на доске этим кусочком. Возможно, Вам понадобятся следующие данные: плотность мела 800 кг/м^3, масса одной молекулы мела $1{,}67\cdot10^{-25}$ кг, толщина слоя, который мел оставляет на доске, составляет 10^4 молекул.

4. "Плотность губки"

Саша решил стереть с доски. Для этого он взял сухую губку размерами 5 см×9 см×18 см, аккуратно полностью погрузил её в заполненный доверху сосуд с водой, подвешенный на пружинных весах, и посмотрел на показания весов. Они увеличились на 16 грамм. Найдите а) плотность намоченной губки; б) массу впитавшейся в губку воды. Считайте, что объём губки не увеличивается при намокании. Плотность воды 1000 кг/м^3, средняя плотность сухой губки 200 кг/м^3

8 класс

1. "Поворот графика"

Учитель нарисовал на доске график зависимости скорости движения некоего тела от времени и попросил найти расстояние, пройденное этим телом с 5 по 15 секунду. Известно, что движение тела было прямолинейным и длилось 19 секунд. Для решения задачи Саша соорудил сосуд с основанием 53 мм× 361 мм и рельефом грани, точно совпадающим с графиком. Затем поставил его на сторону (длиной 105 мм), соответствующую началу отсчёта времени на исходном графике, и начал заполнять водой (см. рис. 1), попутно снимая зависимость массы налитой жидкости от высоты ее уровня (графики зависимости скорости от времени и массы от высоты приведены на рис. 2). Помогите Саше найти ответ, используя полученные данные.

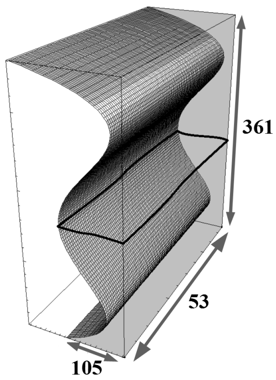

Рис. 1

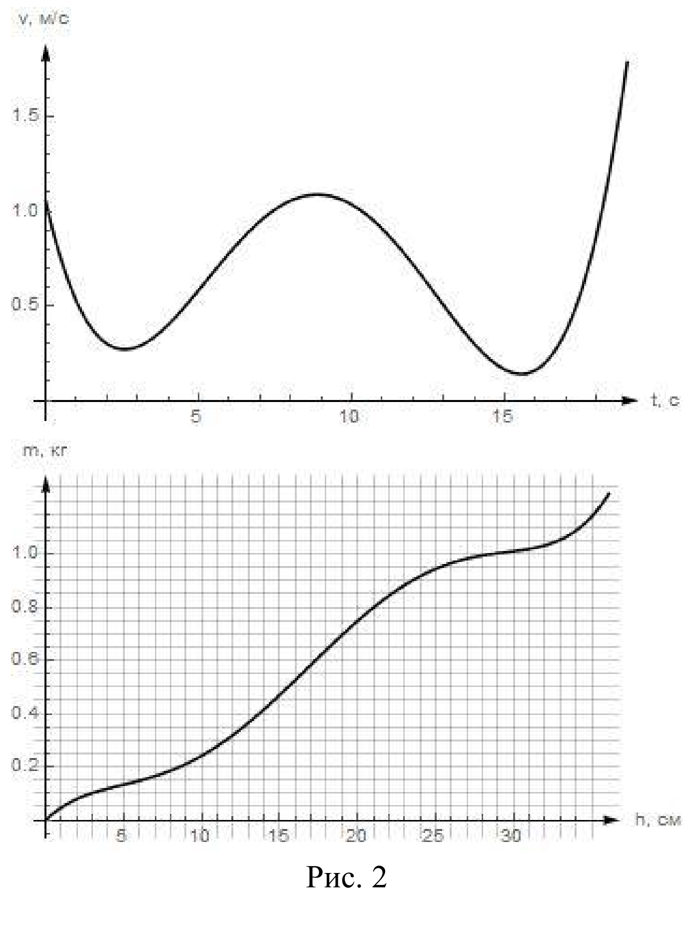

Рис. 2

2. "Неправильные термометры"

Однажды мальчик Петя изготовил два термометра. Если опустить их в смесь воды и льда, то первый показывает –4,0°С, а второй +3,0°С. Если же опустить их в кипящую воду, то первый показывает +108,0°С, а второй +96,0°С. Мальчик Петя измерил этими термометрами свою температуру и обнаружил, что их показания совпали. Найдите эти показания. Чему на самом деле равна температура Пети? Известно, что шкалы обоих термометров Пети линейны, то есть их показания изменяются на одинаковую (свою для каждого термометра) величину при одинаковом изменении температуры.

3. "Эталон килограмма и сила Архимеда"

В настоящее время в качестве эталона одной из основных единиц – килограмма – принимается масса изготовленного в 1889 году цилиндра из платино-иридиевого сплава, хранящегося в Международном бюро мер и весов в Севре. 16 ноября 2018 года 26-я Генеральная конференция по мерам и весам приняла решение отказаться с 20 мая 2019 года от его использования в качестве эталона килограмма. Одной из причин послужило то, что за прошедшее с 1889 года время массы копий эталона, изготовленных из того же сплава, стали различаться в пределах 50 мкг. Оцените, что больше и во сколько раз: изменение силы тяжести, действующей на эталон килограмма, за счет изменения его массы или сила Архимеда, действующая на этот эталон в воздухе? Плотность платино-иридиевого сплава 21500 кг/м^3, плотность воздуха при нормальных условиях 1,29 кг/м^3.

4. "Масса льда"

В калориметре находится лед. Определите массу льда, если для нагревания калориметра с содержимым от –3°С до –1°С требуется количество теплоты 2240 Дж, а от –1°С до 1°С — 68,66 кДж. Удельная теплоемкость льда 2100 Дж/(кг·°С), удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг·°С), удельная теплота плавления льда 3,3·10^5 Дж/кг.

9 класс

1. "Длина стержня"

Стержень *AB*, ориентированный вдоль оси *Ox*, начинает двигаться с постоянным ускорением в положительном направлении оси. Передним концом стержня является точка *A*, задним − точка *B*. Найдите длину стержня, если в момент времени $t_A = 4$ с координата точки *A* равна $x_A = 16$ м, а спустя $\Delta t = 2$ с координата точки *B* равна $x_B = 35$ м. В момент старта передний конец находится в начале координатной оси.

2. "Гидростатические весы"

Рычажные весы закреплены на штативе (см. рис. 3). Длина каждого плеча 10 см. Стрелка жёстко связана с тонким рычагом и может свободно вращаться вокруг оси, точку крепления весов можно перемещать вдоль штатива и фиксировать на различной высоте. К концам рычага подвешены два одинаковых груза, представляющих собой цилиндры высотой 40 см.

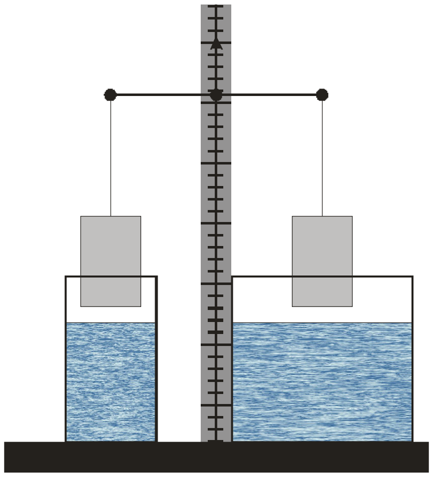
Рис. 3

На подставке стоят два цилиндрических сосуда одинаковой высоты, площади оснований которых в 2 и 4 раза больше площади основания груза. В сосуды налита вода так, что ее уровень ниже верхнего края сосуда на 10 см, а цилиндры могут полностью погрузиться в неё, не коснувшись дна.

В начальном положении цилиндры находятся над водой. Точку крепления плавно перемещают (так, что новое равновесие каждый раз успевает установиться): сначала опускают до положения, при котором оба груза полностью погружены (при этом стрелка весов оказалась расположена вертикально), затем поднимают до исходного положения. На какой максимальный угол и в какую сторону отклонится стрелка в *процессе подъема* грузов?

3. "Нагреватель"

В калориметре, теплоемкость которого 200 Дж/°С, находится смесь воды и льда. После того как содержимое калориметра 2 минуты нагревали кипятильником, в нем оказалось 350 мл воды при температуре 20°С. Кипятильник работает от сети напряжением 220 В, его сопротивление 100 Ом. Найдите массу льда в калориметре до начала нагревания. Плотность воды 1 г/см^3, её удельная теплоёмкость 4,2 кДж/(кг·°С), удельная теплота плавления льда 0,33 МДж/кг. Потери теплоты в окружающую среду считать пренебрежимо малыми.

4. "Простая схема"

К точкам A и B электрической цепи, схема которой дана на рис. 4, подведено напряжение 25 В. Каковы показания амперметра, сопротивление которого 3 Ома? Каковы показания вольтметра с сопротивлением 50 Ом? Величины сопротивлений резисторов в Омах указаны на схеме.

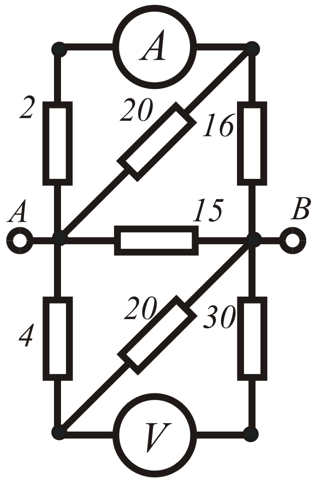

Рис. 4

5. "Увидеть отражение"

Алиса и Кролик стоят рядом друг с другом недалеко от очень высокого плоского зеркала (на рис.5 показан вид сверху, сторона 1 клеточки составляет 2 м). На какое минимальное расстояние от Кролика должна отойти Алиса, чтобы увидеть его отражение в зеркале? Зеркало расположено вертикально.

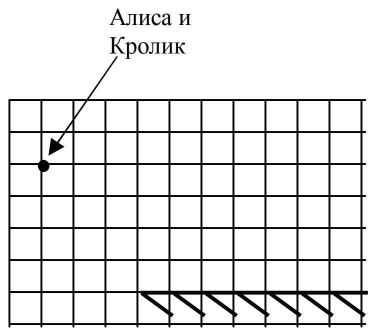

Рис. 5

10 класс

1. "Удар о наклонную плоскость"

Материальная точка ударяется о наклонную плоскость с углом наклона к горизонту α и через время T отлетает от той же точки плоскости со скоростью, равной по величине и противоположной по направлению первоначальной. Найдите *все* значения модуля вектора начальной скорости и угла между ним и наклонной плоскостью, при которых это возможно. Ускорение свободного падения g, сопротивление воздуха отсутствует, наклонная плоскость очень длинная, удары точки о плоскость абсолютно упругие.

2. "Тарелка на скатерти"

Ровно в середине покрытого скатертью квадратного стола стоит маленькая тарелка. Край скатерти начинают тянуть с постоянным горизонтальным ускорением, направленным перпендикулярно стороне стола. Определите, каково должно быть это ускорение, чтобы тарелка не свалилась со стола? Коэффициент трения скольжения между тарелкой и скатертью равен $\mu_{ск}$, между тарелкой и столом – $\mu_{ст}$. Ускорение свободного падения g, размеры скатерти совпадают с размерами стола.

3. " Не так-то и легко поднимать клад "

Для того, чтобы поднять с каменистого дна озера найденный клад массой 100 кг, кладоискатели соорудили плот с укреплённой на нём лебёдкой (см. рис.6). Общая масса плота с кладоискателями 600 кг. С каким ускорением и в какую сторону *начнёт* двигаться плот, если лебёдка будет равномерно поднимать клад? Плотность воды 1000 кг/м^3, средняя плотность клада 5000 кг/м^3.

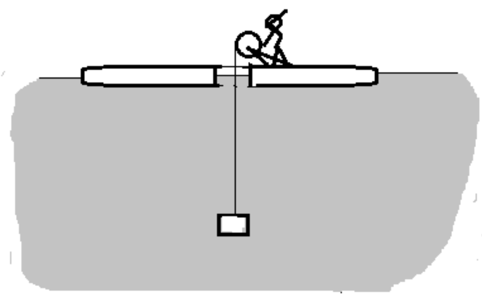

Рис. 6

4. "Разумное чаепитие"

Пока Алиса, Шляпочник и Соня пили чай, Кролик не убивал время почём зря, а засекал его и строил графики зависимости от него температуры и массы чая в стаканах остальных участников (см. рис.7, 1 – Шляпочник, 2 – Соня, 3 – Алиса). К сожалению, Кролик опаздывал и не успел построить график зависимости массы чая в стакане Алисы от времени, поэтому построить этот график придется Вам. Считайте, что мощность потерь тепла прямо пропорциональна разности температур чая и окружающей среды, а стаканы одинаковые.

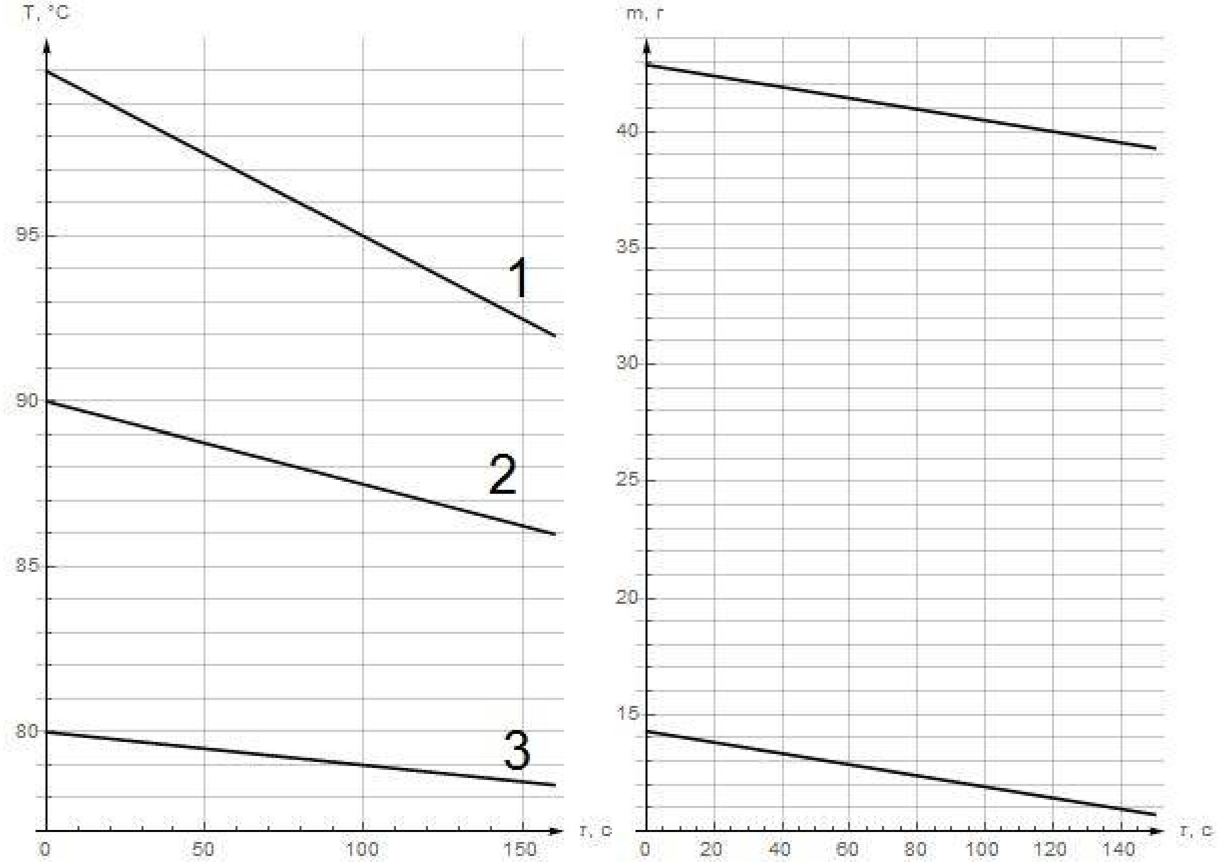

Рис. 7

5. "Непростая цепь"

В показанной на рис.8 схеме сопротивления резисторов указаны в Омах, напряжение источника постоянно и равно 10 В, а вольтметр – идеальный. Определите его показания.

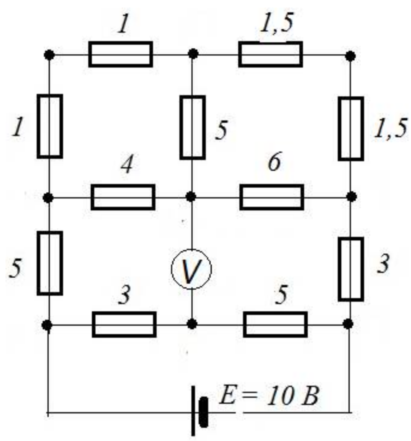

Рис. 8

11 класс

1. "Две или три Луны"

Массивная планета имеет два спутника с одинаковыми массами $7{,}4\cdot10^{22}$ кг. Спутники в любой момент располагаются симметрично относительно планеты на одинаковых расстояниях от неё, равных 400 тыс.км, при этом их период обращения относительно планеты равен 30 сут. Каким был бы период обращения, если бы спутников было три, такой же массы и расположенных симметрично на том же расстоянии от планеты? Значение гравитационной постоянной $6{,}67\cdot10^{-11}$ $\text{Н}\cdot\text{м}^2\cdot\text{кг}^{-2}$. Считайте, что угловая скорость вращения спутников вокруг планеты и расстояние между планетой и спутниками с течением времени не меняются.

2. "Экспериментатор и теоретик"

Юбилейным датам нобелевских лауреатов
по физике Л. Д. Ландау и П. Л. Капицы посвящается

Однажды на семинаре выдающегося Теоретика выступил знаменитый Экспериментатор с докладом о проделанных им опытах.

Э.: Установка состоит из цилиндра, в который помещены лёгкая пружинка и два одинаковых тонких диска. Один конец пружинки прикреплён к дну цилиндра, второй – к одному из дисков. Диаметры дисков равны внутреннему диаметру цилиндра, и они могут без трения двигаться вдоль его оси

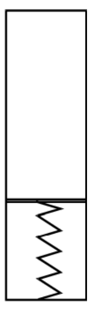

Рис. 9

Т. (негромко): Так, так…

Э.: Первоначально цилиндр расположен горизонтально и пружинка нерастянута. Цилиндр аккуратно переводят в вертикальное положение (см. рис.9) и измеряют расстояние Δ, на которое сместилось положение равновесия дисков. Назовем установившееся теперь положение равновесия "новым". Затем медленно поднимают верхний диск на некоторую высоту h над новым положением равновесия, отпускают его и наблюдают за движением и столкновениями дисков.

Т.: Ага! (*Начинает что-то писать*)

Э.: При определённом значении высоты h первое и второе столкновения дисков происходит при нулевой скорости нижнего диска. Отношение h/Δ оказалось равно...

Т. (*протягивает листок с записями*): Я знаю, чему оно равно.

Э.: Но Вы же ещё не знаете всех данных!..

Т. (*с оттенком превосходства в голосе*): Все *необходимые* данные Вы уже сообщили… А уж, например, о том, что средняя скорость нижнего диска на таком отрезке колебательного движения в $\pi/2$ раз меньше начальной, мне было известно, ещё когда я только окончил школу.

Найдите указанное отношение.

Примечание: Поскольку Э. – «Экспериментатор с большой буквы», он сумел обеспечить практически идеальные условия опыта: диски ***очень*** тонкие, пружинка ***очень*** лёгкая и подчиняется закону Гука, удары дисков абсолютно упругие, сопротивление движению отсутствует и т.п. Установка находится в вакууме.

3. "Дырка в спутнике"

Однажды космонавты обнаружили, что за сутки температура внутри корабля повысилась с 10°С до 15°С, а давление – с 755 мм. рт. ст. до 760 мм. рт. ст. Полагая, что внутренний объем корабля равен 100 м^3, оцените, какую массу воздуха потерял корабль за сутки. Молярная масса воздуха 29 г/моль, плотность ртути 13600 кг/м^3.

4. "Перекуем кг на Кл!"

Экспериментатор Глюк, узнав о планируемом отказе от использования эталона килограмма как эталона единицы массы, предлагает использовать его как эталон единицы электрического заряда и зарядить для этой цели зарядом в +1 Кл. Для проведения пробного эксперимента Глюк обзавёлся электрофорной машиной, позволяющей создать напряжение в 100 кВ. Оцените, как изменится в результате эксперимента Глюка масса эталона килограмма. Плотность платино-иридиевого сплава, из которого изготовлен эталон, $2{,}15\cdot10^4$ кг/м^3, удельный заряд электрона $-1{,}76\cdot10^{11}$ Кл/кг, электрическая постоянная $8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м. Эталон представлял собой цилиндр с диаметром основания, равным его высоте, однако для чистоты эксперимента Глюк обработал его таким образом, что его форма стала шарообразной, масса же при этом не изменилась.

5. "Линзы углом"

Две идеальные тонкие собирающие линзы ТТ’ и ТТ’’ расположены таким образом, что образуемый ими угол Т’ТТ’’ прямой (см. рис.10). Прямая АВ является биссектрисой угла Т’ТТ’’. Диаметр каждой линзы D, фокусное расстояние $D/8$, точка А находится на расстоянии $3D$ от точки Т, точка В – на расстоянии $D/3$. Точечный источник света S перемещают по прямой из точки А в точку В. Постройте график зависимости количества формирующихся в системе действительных изображений от расстояния ST. Оптические центры линз расположены симметрично относительно их концов.

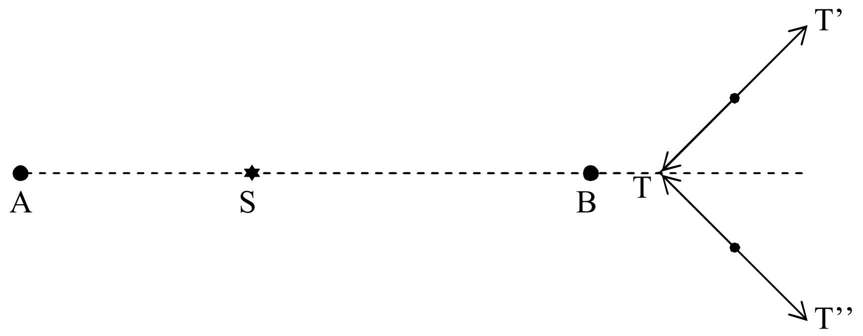

Рис. 10

Решения задач

7 класс

7-1. Средняя скорость – это отношение всего пути к затраченному на него времени. Т.к. капитан проехал 72 мили за 13 часов, его средняя скорость составила 72/13≈5,5 узлов.

Первый участок пути капитан проехал за 40 миль/10 узлов=4 часа. Второй участок (длиной 72–40=32 мили) – за 13–1–4=8 часов. Тогда скорость на втором участке 32 мили/8 часов =4 узла

Ответ: 5,5 узлов, 4 узла.

Критерии оценивания

Найдена средняя скорость	4
Найдено время, потраченное на второй участок	3
Найдена скорость на втором участке	3

Комментарий: допускается представление средней скорости в виде обыкновенной дроби, а также в виде десятичной с любым количеством знаков.

7-2. Рассчитаем, как изменяется расстояние между Сашей и Димой (расстояние будем определять как разность координат Димы и Саши с учетом знака). Понятно, что движение осуществляется "циклами" – за те 10 с, которые скорость Димы больше скорости Саши, расстояние между ними увеличивается на 6 км/ч·10 с=50/3 м. За следующие 20 с расстояние между ними уменьшается на 4 км/ч·20 с=200/9 м. Также надо учесть, что за первую секунду (пока Саша стоял) Дима убежал на 16 км/ч·1 с=40/9 м

Заполним таблицу:

Время с начала движения, с	$x_{Димы}–x_{Саши}$, м	Количество передач листочка
1	40/9	0
11	190/9	0
31	–10/9	1
41	140/9	2
61	–60/9	3
71	90/9	4
91	–110/9	5
101	40/9	6
121	–160/9	7
131	–10/9	7

Таким образом, через 131 с после начала движения листочек будет у Саши, т.к. он нечетное число раз перешел из рук в руки. После этого Саша всегда будет впереди Димы, поскольку за 20 с он обгоняет Диму на большее расстояние, чем отстает от него за 10 с. Поэтому за время движения листочек перейдет из рук в руки 7 раз.

Осталось определить, на каком расстоянии находится аудитория, в которую они бегут. За 30 с Саша пробегает 10 км/ч·10 с +20 км/ч·20 с=1250/9 м. Тогда все время движения он пробежит 10·1250/9–50/9≈1383 м (поправка 50/9 учитывает, что на последнем отрезке Саша бежит не 30, а 29 с). Дима пробежит это же расстояние за 1389м/16 км/ч=311 с, т.е. опоздает к началу разбора за 11 с.

Ответ: листочек перейдет из рук в руки 7 раз, Дима опоздает на 11 с.

Критерии оценивания

Определено количество передач	4
Показано, что после 131 с передач не будет	2
Определено расстояние до аудитории	2
Определено, на сколько опоздал Дима	2

Указания проверяющему: 1. решение этой задачи возможно довольно большим числом методов (через построение графиков, через подсчет средней скорости и т.п.). 2. Решения, в которых при расчете расстояния, пройденного Сашей, не учитывается поправка 50/9, следует также засчитывать как верные.

7-3. Масса куска мела $m=\rho V=800$ кг/м$^3\cdot 13\cdot 13\cdot 78\cdot 10^{-9}$м$^3\approx 10$ г. Тогда число молекул в нем $N=10^{-2}$ кг/1,66$\cdot 10^{-25}$ кг$\approx 6\cdot 10^{22}$ шт. Будем считать, что молекулы распределены по куску мела равномерно. Если в "малой" стороне куска содержится n молекул, то в "большой" – 6 n, а во всем куске мела тогда $6n^3$. Из равенства $6n^3=60\cdot 10^{21}$ несложно найти, что $n\approx 2{,}2\cdot 10^7$ шт. Тогда большую сторону мела можно разбить на $6\cdot 2{,}2\cdot 10^7/10^4=13200$ слоев по 10^4 молекул. Размер каждого слоя 13мм×13 мм, поэтому, будучи "уложены" последовательно, они образуют след длиной 13 мм·13200≈172 м.

Ответ: 172 метров

Критерии оценивания

Найден объем мела	1
Найдена масса мела	1
Найдено число молекул в куске мела	2
Найдено число молекул в стороне мела	3
Найдена длина следа	3

Указание проверяющему: следует засчитывать как верные решения с n в интервале от $2{,}0\cdot 10^7$ до $2{,}5\cdot 10^7$.

7-4. При погружении губки в ведро часть воды, очевидно, выльется. Тогда изменение показаний весов связано с тем, что вместо воды, ранее занимавшей объем губки, теперь его занимает мокрая губка. Соответственно,

$$\Delta m=(\rho_{\text{мокрой губки}}-\rho_{\text{воды}})V_{\text{губки}}.\ (1)$$

Отсюда несложно получить (вычислив объем губки по заданным измерениям) $\rho_{\text{мокрой губки}}=\rho_{\text{воды}}+\Delta m/V_{\text{губки}}\approx 1020$ кг/м^3.

Чтобы найти массу впитавшейся воды, надо вспомнить определение средней плотности: $\rho_{\text{мокрой губки}}=(m_{\text{воды}}+m_{\text{сухой губки}})/V_{\text{губки}}=m_{\text{воды}}/V_{\text{губки}}+\rho_{\text{сухой губки}}$. (2) Отсюда $m_{\text{воды}}=(\rho_{\text{мокрой губки}}-\rho_{\text{сухой губки}})V_{\text{губки}}\approx 664$ г

Ответ: а) 1020 кг/м^3, б) 664 г.

Критерии оценивания

Получено соотношение (1) или аналогичное	3
Найдена плотность мокрой губки	2
Соотношение (2) или аналогичное	3
Найдена масса воды	2

8 класс

8-1. Известно, что пройденный путь можно найти как площадь под графиком зависимости скорости от времени. Найти ее и помогает изготовленный Сашей сосуд. Для этого нужно найти площадь профиля сосуда. Поскольку движение длилось 19 секунд, а длина сосуда 361 мм, нетрудно сообразить, что точка 5 секунд соответствует 95 мм, а 15 секунд – 285 мм.

Из графика зависимости для массы в этом промежутке получим, что залилось примерно 774 грамма воды. Поделив на плотность воды, получим ее объём 774 см^3. И, наконец, поделив этот объём на толщину сосуда, получаем площадь профиля 774 см^3/5,3 см=146 см^2. Чтобы пересчитать её в площадь под графиком скорости, заметим, что начальной скорости в 1,05 м/с соответствует сторона сосуда в 10,5 см, а промежутку времени в 19 секунд соответствует длина 36,1 см. Тогда путь равен 146 см^2·(1,05 м/с/10,5 см) ·(19 с/36,1 см)= 7,7 м

Ответ: 7,7 м

Критерии оценивания

Идея о том, что пройденный путь – площадь под графиком скорости	2
Указано, как связать эту площадь с массой воды	2
Определены коэффициенты для пересчета времени	2
скорости	2
Получен ответ	2

Указание проверяющему: при определении значений по графику допускается погрешность в пределах половины наименьшего деления.

8-2. Поскольку указано, что зависимость показаний термометра от температуры линейна, она должна описываться линейной функцией, т.е.

$$t_{1,2}=a_{1,2}T+b_{1,2}, \qquad (1)$$

где $t_{1,2}$ – показания термометров, T – истинная температура, a и b – постоянные коэффициенты. Используя данные в условии сведения, получим: b_1=–4°C, b_2=3°C, a_1=1,12, a_2=0,93.

Т.к. при некоторой температуре T_0 показания термометров совпали, то можно записать: $a_1T_0+b_1=a_2T_0+b_2$, откуда легко найти $T_0=(b_2-b_1)/(a_1-a_2)\approx$36,8°C. Показания можно найти, подставив это значение в любую из формул (1): $t_0\approx$37,3°C

Ответ: температура Пети 36,8°C, термометры показывают 37,3°C

Критерии оценивания

Записано математически, что зависимость показаний градусника от температуры линейна	3
Найдены коэффициенты этой зависимости	3
Найдено значение температуры Пети	2
Найдены показания термометров	2

8-3. Найдем объем эталона: $V=m/\rho_{сплава}$. Действующая на него в воздухе сила Архимеда $F_A=g\rho_{возд}V=gm\rho_{возд}/\rho_{сплава}$. Изменение силы тяжести вследствие изменения массы $\Delta F_{тяж}=\Delta mg$. Тогда их отношение $F_A/\Delta F_{тяж}=(m/\Delta m)(\rho_{возд}/\rho_{сплава})$. Подставляя числовые значения, получаем

$$F_A/\Delta F_{тяж}=1/(50\cdot10^{-9})\cdot(1{,}29/21500)=1200.$$

Т.е. сила Архимеда примерно в 1200 раз больше.

Ответ: сила Архимеда больше примерно в 1200 раз.

Критерии оценивания

Найден объем эталона	2
Найдена сила Архимеда	3
Найдено их отношение (при вычислениях "по действиям" – численное значение изменения силы тяжести)	3
Получен численный ответ	2

Комментарий: допускается проведения вычислений "по действиям". Если при этом вследствие округлений получается ответ, отличающийся от приведенного в решении, но совпадающий с ним по порядку величины, его следует засчитывать как верный.

8-4. Если пренебречь теплоемкостью калориметра, то Q_1 и Q_2 не согласуются между собой. Следовательно, теплоемкость самого калориметра нужно учитывать. Пусть C — теплоемкость калориметра, а m — масса льда в калориметре, тогда для первого этапа нагревания: $Q_1 = (C + c_1 m)(t_2 - t_1)$.

Отсюда выражаем C:

$$C = \frac{Q_1}{(t_2 - t_1)} - c_1 m. \qquad (1)$$

Уравнение теплового баланса для второго этапа:

$$Q_2 = C \cdot (t_3 - t_2) + c_1 m \cdot (t_0 - t_2) + \lambda \cdot m + c_2 m \cdot (t_3 - t_0), \qquad (2)$$

где $t_0 = 0°C$ — температура плавления льда.

Подставив (1) в (2) получим уравнение относительно массы льда:

$$Q_2 = \left(\frac{Q_1}{(t_2 - t_1)} - c_1 m \right) \cdot (t_3 - t_2) + c_1 m \cdot (t_0 - t_2) + \lambda \cdot m + c_2 m \cdot (t_3 - t_0)$$

Решаем это уравнение:

$$Q_2 - \frac{Q_1}{(t_2 - t_1)}(t_3 - t_2) = m[c_1 \cdot (t_0 - t_2) - c_1 \cdot (t_3 - t_2) + \lambda + c_2 \cdot (t_3 - t_0)]$$

$$Q_2 - \frac{Q_1}{(t_2 - t_1)}(t_3 - t_2) = m[\lambda + (c_2 - c_1) \cdot (t_3 - t_0)],$$

$$m = \frac{Q_2 - \frac{Q_1 (t_3 - t_2)}{(t_2 - t_1)}}{[\lambda + (c_2 - c_1) \cdot (t_3 - t_0)]}.$$

Проводим вычисления:

$$m=\frac{Q_2-\dfrac{Q_1(t_3-t_2)}{(t_2-t_1)}}{[\lambda+(c_2-c_1)\cdot(t_3-t_0)]}=\frac{68{,}66\cdot 10^3-2{,}24\cdot 10^3\cdot\dfrac{2}{2}}{\left(330\cdot 10^3-2{,}1\cdot 10^3\cdot(-3)\right)}=\text{ кг.}$$

$$(68.66\text{-}2.24)/(336.3)=0{,}1975\approx 0{,}2$$

Ответ: масса льда равна 0,1975≈0,2 кг

Критерии оценивания

Записаны уравнения теплового баланса:	
для одного процесса	4
для обоих процессов	6
Получен ответ	4

Комментарий: решения, в которых не учтена теплоемкость калориметра, оценивать не выше 3 баллов.

9 класс

9-1. Пусть l — длина стержня. Тогда $x_A(t)=\dfrac{at^2}{2}$ (1), а $x_B(t)=\dfrac{at^2}{2}-l$ (2).

По условию задачи $x_A=\dfrac{at_A^2}{2}$, а $x_B=\dfrac{a(t_A+\Delta t)^2}{2}-l$ (3). Поэтому $x_A-x_B=\dfrac{a\left[t_A^2-(t_A+\Delta t)^2\right]}{2}+l$, или $l+(x_B-x_A)=\dfrac{a\left[(t_A+\Delta t)^2-t_A^2\right]}{2}$.

После деления на x_A, получим $\dfrac{l+(x_B-x_A)}{x_A}=\dfrac{\left[(t_A+\Delta t)^2-t_A^2\right]}{t_A^2}$.

Отсюда следует, что длина стержня равна:

$$l=x_A\frac{\left[(t_A+\Delta t)^2-t_A^2\right]}{t_A^2}-(x_B-x_A)=16\frac{[36-16]}{16}-(35-16)=1\text{ м.}$$

Ответ: длина стержня равна 1 м

Критерии оценивания

Записана формула (1)	2
Записана формула (2)	3
Записана формула (3)	3
Получен ответ	2

9-2. В сосудах с разными площадями основания, при неполном погружении цилиндров, уровни воды при одинаковых вытесненных объёмах будут разными, что вызовет неравенство архимедовых сил, действующих на грузы. Равновесие же установится при различных расстояниях грузов от дна сосудов, плечи весов повернутся на некоторый угол от горизонтального положения, и стрелка от-

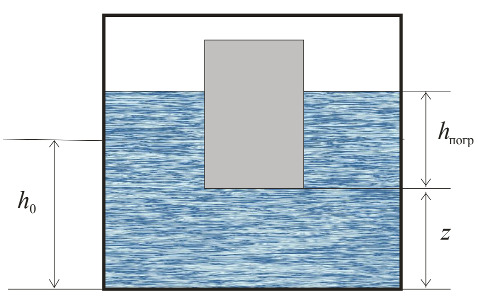

Рис. 11

клонится от вертикали.
Рассмотрим груз, помещённый в сосуд с водой так, что часть его оказалась ниже первоначального уровня воды h_0 (см. рис.11).

Обозначим расстояние нижней поверхности груза от дна сосуда буквой z, а высоту погружённой части цилиндра – $h_{погр}$. Тогда полный объём воды и погружённой части цилиндра равен $V_{полн} = V_0 + V_{погр} = S \cdot h_0 + s \cdot h_{погр}$, где S – площадь дна сосуда, s – площадь основания груза. Высота нового уровня воды равна $H_{полн} = h_0 + \sigma \cdot h_{погр}$, где $\sigma = s/S$. С другой стороны, из рисунка видно, что $H_{полн} = z + h_{погр}$, поэтому

$$z = h_0 - (1 - \sigma) \cdot h_{погр}. \quad (1)$$

Будем обозначать величины, относящиеся к левому и правому сосудам индексами «*л*» и «*п*», соответственно. Поскольку грузы в обоих сосудах одинаковы, индексы у соответствующих величин не ставим.
Тогда

$$H_{полн,л} = h_{0,л} + \sigma_л \cdot h_{погр,л}, \qquad H_{полн,п} = h_{0,п} + \sigma_п \cdot h_{погр,п}$$

$$z_л = h_{0,л} - (1 - \sigma_л) \cdot h_{погр,л}, \qquad z_п = h_{0,п} - (1 - \sigma_п) \cdot h_{погр,п}$$

Из условия равновесия грузов (P – вес груза)

$$P - \rho_в \cdot g \cdot h_{погр,л} \cdot s = P - \rho_в \cdot g \cdot h_{погр,л} \cdot s$$

получаем $h_{погр,л} = h_{погр,п} = h_{погр}$, тогда для разности расстояний от дна

$$\delta z = \delta h + \sigma_{лп} \cdot h_{погр}, \quad (2)$$

где

$$\delta z = z_л - z_п, \qquad \delta h = h_{0,л} - h_{0,п}, \qquad \sigma_{лп} = \sigma_л - \sigma_п,$$

Приведённые рассуждения справедливы только если вода не выливается через верхний край какого-либо сосуда. Проверим выполнимость этого условия. Максимальная высота уровня воды в сосуде достигается при полном погружении груза, т.е. при $h_{погр} = h$. Тогда

$$H_{полн,л_{max}} - h_{0,л} = \sigma_л \cdot h, \qquad H_{полн,п_{max}} - h_{0,п} = \sigma_п \cdot h$$

Эти величины не должны, очевидно, превышать 10 см. Подставляя численные значения из условия, видим, что условие выполняется для правого сосуда, но не выполняется для левого. Глубина погружения груза в левом сосуде, при которой вода начинает выливаться, равна $h/2 = 20$ см. После полного погружения цилиндров в обоих сосудах уровень воды совпадает с их верхними краями ($H_{полн,л} = H_{полн,п} = H_{сосуда}$). При этом в правом сосуде объём воды и h_0 не изменился, а в левом остаётся объём воды равный $V'_0 = V_с - V_ц$, следовательно, высота нового «нулевого» уровня равна

$$h'_{0,л} = {(V_с - V_ц)}/{S_л} = h_{0,л} + \sigma_п \cdot h - s/S_л \cdot h = h_{0,л} - \sigma_{лп} \cdot h$$

При подъёме, начиная с полного погружения цилиндров до полного выхода обоих из воды, разность расстояний до дна меняется как

$$\delta z = \delta h + \sigma_{лп} \cdot h_{погр} = \left(h'_{0,л} - h_{0,п}\right) + \sigma_{лп} \cdot h_{погр} =$$

$$= (h_0 - \sigma_{лп} \cdot h - h_0) + \sigma_{лп} \cdot h_{погр} = \sigma_{лп}\left(h_{погр} - h\right).$$

$$\delta z = \sigma_{лп}\left(h_{погр} - h\right). \qquad (3)$$

Из рис.12 видно, что угол отклонения стрелки находится из соотношения $\sin\varphi = \frac{\delta z}{2l}$ (4). Стрелка поворачивается вправо, если $z_л > z_п$, и влево, если $z_л < z_п$.

Из формулы (3) следует, что при подъёме $\delta z < 0$ и возрастает по модулю с уменьшением глубины погружения, стрелка поворачивается влево, максимальный угол поворота – при $h_{погр} = 0$.

$$\sin\varphi_{max} = \left|-\frac{\sigma_л - \sigma_п}{2l} \cdot h\right| = \frac{0{,}5 - 0{,}25}{2 \cdot 10\ см} \cdot 40\ см = \frac{1}{2},$$

$$\varphi_{max} = 30°.$$

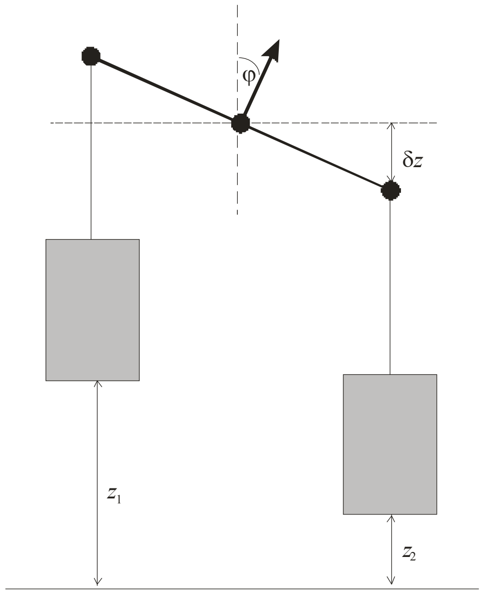

Рис. 12

Ответ: на 30° влево

Критерии оценивания

Показано, что при полном погружении грузов вода в правом сосуде не выльется	1
Определено "количество" (в "единицах" уровня в сосуде без груза) воды, вылившейся из левого сосуда при полном погружении груза (либо новый уровень воды в левом сосуде)	2
Записана формула (4) или аналогичная	1
Записана связь расстояния от груза до дна сосуда с глубиной погружения грузов	2
Определена максимальная разность $z_{лев}$–$z_{прав}$	2
Получен ответ (в т.ч. указано направление поворота)	2

9-3. Мощность кипятильника $N = \frac{U^2}{R} = \frac{220 \cdot 220}{100} = 484$ Вт.

За время его работы будет выделена энергия $W = N \cdot \tau = 484 \cdot 120 = 58080$ Дж.

Эта энергия пойдет на плавление льда и на нагрев калориметра вместе с содержимым

$$Q = \lambda \cdot m + \left(C + c_0\rho_0 V\right)\left(t - t_0\right), \ (1)$$

где $t_0 = 0\,°C$ – температура таяния льда.

Так как тепловые потери пренебрежимо малы, то $W = Q$, или:

$$N \cdot \tau = \lambda \cdot m + \left(C + c_0\rho_0 V\right)\left(t - t_0\right).$$

Отсюда выражаем массу льда

$$m=\frac{N\cdot\tau-\left(C+c_0\rho_0V\right)\left(t-t_0\right)}{\lambda}=\frac{484\cdot120-\left(200+4200\cdot0{,}35\right)20}{330\cdot10^3}=74{,}7\cdot10^{-3}\approx75\text{ г.}$$

Ответ: в калориметре первоначально было 75 г льда.

Критерии оценивания

Найдена мощность кипятильника	1
Найдена выделенная кипятильником энергия	2
Записана формула (1) или эквивалентная ей	4
Получен ответ	3

9-4. Вычислим эквивалентные сопротивления отдельных участков цепи. Последовательное соединение амперметра и резистора 2 Ом подключено параллельно резистору 20 Ом: $R_{2A20}=\frac{(2+3)\cdot20}{25}=4$ Ома. К ним последовательно подключено 16 Ом. Поэтому $R_{2A2016}=4+16=20$ Ом.

Вычисляем силу тока, проходящего через это соединение:

$$I_1=\frac{U}{R_{2A2016}}=\frac{U}{20}=1{,}25\text{ А.}$$

Падение напряжения на участке 2А20: $U_{2A20}=I_1\cdot R_{2A20}=\frac{U}{20}\cdot4=\frac{U}{5}$=5 В. Поэтому сила тока, протекающего через амперметр: $I_A=\frac{U_{1A}}{R_1+R_A}=\frac{U}{25}=1$ А. Это ответ на первый вопрос задачи.

Проанализируем нижний (по схеме) участок цепи. Эквивалентное сопротивление участка с вольтметром: $R_{30V20}=\frac{(30+50)\cdot20}{100}=16$ Ом. К нему подключен последовательно резистор 4 Ома: $R_{30V204}=16+4=20$ Ом. Сила тока, протекающего через это соединение:

$$I_2=\frac{U}{R_{30V204}}=\frac{U}{20}=1{,}25\text{ А.}$$

Падение напряжения на участке 30V20: $U_{30V20}=I_2\cdot R_{30V20}=\frac{U}{20}\cdot16=\frac{4}{5}U$ =20В.

Сила тока, протекающего через вольтметр: $I_V=\frac{U_{30V20}}{30+R_V}=\frac{4U}{5\cdot(30+50)}=\frac{U}{100}$ =0,25А. Вольтметр показывает падение напряжения на своем внутреннем сопротивлении:

$U_V=I_V\cdot R_V=\frac{U}{100}50=\frac{U}{2}=12{,}5$ В. Это ответ на второй вопрос задачи.

Ответ: амперметр показывает силу тока 1 А, показания вольтметра составляют 12,5 В.

Критерии оценивания

Найдено эквивалентное сопротивление $R_{2\text{-A-20-16}}$	3
Найден ток через амперметр	2
Найдено эквивалентное сопротивление $R_{30\text{-V-20-4}}$	2

Найдены показания вольтметра	3

9-5. Построим изображение (т. В) Кролика (т.А) в зеркале и его область видимости (заштрихована серым на рис.13). Тогда искомым расстоянием будет наименьшее расстояние от т. А до границы области видимости, которое определяется как длина перпендикуляра АС, построенного из т. А к ближайшей границе. Из подобия треугольников АСВ и BDE (Е – левый край зеркала, D – точка пересечения продолжения зеркала с линией АВ) находим

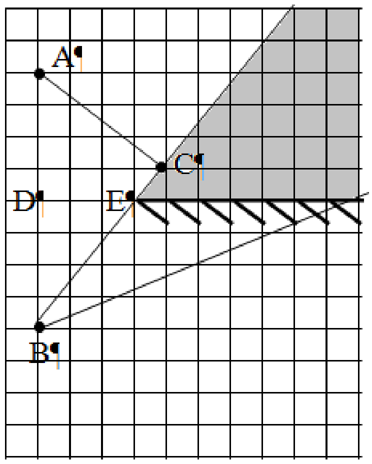

Рис. 13

$AC = AB\dfrac{DE}{\sqrt{DE^2 + DB^2}}$. Из рисунка несложно найти, что

АВ=16 м, DE=6 м, DB=8 м. Тогда АС=9,6 м.

Ответ: 9,6 м

Критерии оценивания

Построено изображение Кролика	2
Построена область его видимости	3
Указано, что искомое расстояние – это АС	3
Найдено его числовое значение	2

Комментарий: допускается нахождение длины АС путем построения рисунка в масштабе и непосредственного измерения его длины. Такой способ следует засчитывать как верный, если участник явно говорит о том, что он строит рисунок в масштабе и проводит измерения, и если полученное значение попадает в интервал ±10% от истинного.

10 класс

10-1. Из условия следует ряд ограничений на направление вектора начальной скорости $\boldsymbol{v}_0$. После первого отражения тело должно двигаться с положительной вертикальной составляющей (т.е. противоположно вектору $\boldsymbol{g}$) скорости $\boldsymbol{v}_1$ и неотрицательной горизонтальной составляющей (положительным будем считать направление вправо на рис.14). В противном случае точка следующего удара окажется ниже исходной, и тело никогда не возвратится в неё. Следовательно, угол между скоростью и нормалью наклонной плоскости должен быть не меньше α.

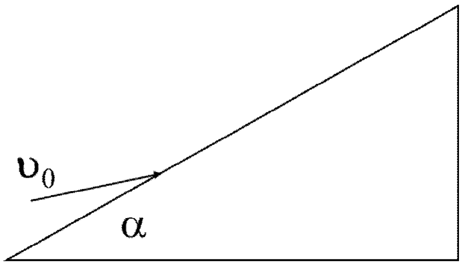

Рис. 14

В предельном случае, когда горизонтальная составляющая скорости после удара $\boldsymbol{v}_1$ равна нулю, тело взлетает вертикально вверх, возвращается в ту же точку и после отражения отлетает со скоростью $-\boldsymbol{v}_0$, что и требуется по условию. Одна из возможных траекторий найдена. Нетрудно заметить, что, если тело (двигаясь вверх по наклонной плоскости) взлетает вертикально вверх после *нескольких* ударов, далее движение происходит по ***той же самой*** траектории в обратном направлении и тоже удовлетворяет условию задачи. Итак, мы нашли ***семейство траекторий***, удовлетворяющих условию задачи. То, что такие траектории существуют, следует из рассуждений «по индукции»: всегда можно представить, что $\boldsymbol{v}_0$ – это «результат» предыдущих соударений с плоскостью.

Докажем, что других траекторий, удовлетворяющих условию задачи, не существует. Тело начинает двигаться «вниз по плоскости», только когда после очередного отражения горизонтальная составляющая становится неположительной. Точное равенство нулю мы рассмотрели, остаются только отрицательные значения. При этом точка следующего удара находится ниже точки предыдущего. Предположим, что существует такая траектория, не проходящая при движении вниз тех же точек, что и при движении вверх. Тогда, «обратив время», получим после первого удара две *разные* траектории, выходящие из одной точки, при одинаковых начальных условиях. А это противоречит однозначности решения задач кинематики по заданным начальным условиям.

Таким образом, задача сводится к определению начальных условий, при которых реализуются траектории из указанного семейства.

Будем рассматривать движение тела как сумму движений вдоль наклонной плоскости и по нормали к ней. Тогда перед n-м ударом и после (соответствующие величины обозначаем штрихами) него:

$$v'_{/\!/}(t_n)=v_{/\!/}(t_n),\;\; v'_{\perp}(t_n)=-v_{\perp}(t_n),\;\; v'(t_n)=v(t_n), v=\sqrt{{v_{/\!/}}^2+{v_{\perp}}^2},$$

В промежутке между n-м и $(n+1)$-м ударами ($n = 1, 2, \ldots$, φ'_n – угол, который скорость образует с наклонной плоскостью после n-го удара):

$$v_{/\!/}(t_n,\tau)=v'(t_n)\cos\varphi'_n-g\tau\sin\alpha$$

$$v_{\perp}(t_n,\tau)=v'(t_n)\sin\varphi'_n-g\tau\cos\alpha$$

$$0\le\tau\le t_{n+1}-t_n$$

Время, за которое поперечная составляющая скорости уменьшится до нуля, равно

$$\tau_{n,\perp} = \frac{\upsilon'(t_n)}{g} \cdot \frac{\sin\varphi'_n}{\cos\alpha}$$

Время между n-м и (n+1)-м ударами равно

$$\tau_n = 2\tau_{n,\perp} = 2\frac{\upsilon'(t_n)}{g} \cdot \frac{\sin\varphi'_n}{\cos\alpha}$$

Поперечная составляющая скорости после (n+1)-го удара

$$\upsilon'_\perp(t_{n+1}) = -\upsilon_\perp(t_{n+1}) = -\left(\upsilon'(t_n)\sin\varphi'_n - g\cdot 2\frac{\upsilon'(t_n)}{g}\cdot\frac{\sin\varphi'_n}{\cos\alpha}\cdot\cos\alpha\right) = \upsilon'_\perp(t_n)$$

Это означает, что поперечная составляющая скорости (в момент после удара) сохраняется, т.е. при любом n

$$\upsilon'_\perp(t_n) = \upsilon'_\perp(t_1) = \upsilon'(t_n)\sin\varphi'_n = -\upsilon_{0,\perp}\ .$$

Но тогда и время между последовательными ударами $-\tau_n$ – одинаково и равно

$$\tau_n = \tau_1 = 2\frac{|\upsilon_0 \sin\varphi_0|}{g\cos\alpha}$$

Подставляя это значение в выражение для продольной скорости, получаем

$$\upsilon'_{/\!/}(t_{n+1}) = \upsilon_{/\!/}(t_{n+1}) = \upsilon'(t_n)\left(\cos\varphi'_n - g\cdot 2\frac{\sin\varphi'_n}{g}\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\right) = \upsilon'(t_n)\sin\varphi_n(\cos\varphi'_n - 2tg\alpha)$$

и

$$ctg\varphi'_{n+1} = \frac{\upsilon'_{/\!/}(t_{n+1})}{\upsilon'_\perp(t_{n+1})} = ctg\varphi'_n - 2\mathrm{tg}\alpha.$$

Следовательно

$$ctg\varphi'_{n+1} = ctg\varphi'_1 - 2ntg\alpha.$$

Чтобы после N-го удара тело начало двигаться вертикально вверх, требуется

$$\varphi'_N = 90° - \alpha,\quad ctg\varphi'_N = ctg\varphi'_1 - 2(N-1)tg\alpha = tg\alpha.$$

Отсюда

$$tg(90° - \varphi'_1) = (2N-1)tg\alpha \to tg(90° - \varphi_0(N)) = -(2N-1)tg\alpha \to$$
$$\varphi_0(N) = 90° + arctg((2N-1)tg\alpha).$$

Считается, что угол отсчитывается против часовой стрелки от направления вверх вдоль наклонной плоскости.

На весь путь «туда и обратно» тело затратит время $\tau_N = (2N-1)\tau_1$. Из условия известно, что оно равно T. Тогда

$$T = 2(2N-1)\frac{\upsilon_0}{g}\frac{|\sin\varphi_0|}{\cos\alpha} = \frac{2(2N-1)\upsilon_0}{g\cos\alpha\sqrt{1+((2N-1)tg\alpha)^2}}$$

и

$$\upsilon_0(N) = \frac{gT\cos\alpha\sqrt{1+((2N-1)tg\alpha)^2}}{2(2N-1)}.$$

Ответ:

$$\upsilon_0(N)=\frac{gT\cos\alpha\sqrt{1+\left((2N-1)tg\alpha\right)^2}}{2(2N-1)}.$$

$$\varphi_0(N)=90°+arctg\left((2N-1)tg\alpha\right).$$

где $N=$ 1, 2, …

Критерии оценивания

Показано, что после какого-то удара точка должна полететь вертикально	2
Переход в систему координат, связанную с плоскостью	1
Доказательство инвариантности поперечной составляющей скорости	2
Определение времени между ударами	1
Вывод формулы преобразования угла наклона скорости к плоскости	1
Определение $\varphi_0(N)$	2
Определение $\upsilon_0(N)$	1

10-2. Пусть m – масса тарелки, a – ускорение, с которым тянут скатерть, L – половина длины стороны стола. Тогда на тарелку действует сила трения, направленная в ту же сторону, что и ускорение скатерти. Максимальная величина этой силы равна $\mu_{ск}mg$, поэтому если ускорение a будет меньше, чем $\mu_{ск}g$, то тарелка и скатерть будут двигаться вместе, и тарелка обязательно упадет со стола. За некоторое время τ скатерть проходит относительно стола путь $a\tau^2/2$, а тарелка – $\mu_{ск}g\,\tau^2/2$. Тарелка соскользнет в тот момент, когда $a\tau^2/2-\mu_{ск}g\,\tau^2/2=L$ (1), имея относительно стола скорость $\mu_{ск}g\,\tau$, после чего будет двигаться равнозамедленно с ускорением $\mu_{ст}g$ и пройдет до остановки путь $(\mu_{ск}g\,\tau)^2/(2\mu_{ст}g)=g\,\tau^2\,(\mu_{ск})^2/(2\mu_{ст})$. Тарелка не упадет, если суммарный путь, пройденный ей по столу $g\,\tau^2\,(\mu_{ск})^2/(2\mu_{ст})+\mu_{ск}g\,\tau^2/2=g\,\tau^2\mu_{ск}\,(\mu_{ск}/\mu_{ст}+1)/2$ будет не больше L. Выражая τ из (1), получаем $a\geq\mu_{ск}g(\mu_{ск}/\mu_{ст}+2)$.

Ответ: $a\geq\mu_{ск}g(\mu_{ск}/\mu_{ст}+2)$

Критерии оценивания

Найдено предельное ускорение тарелки на скатерти	1
Записано соотношение (1) или аналогичное	2
Найден путь, пройденный тарелкой по столу до остановки	3
Записано соотношение (2) или аналогичное	2
Получен ответ	2

10-3. Сила натяжения каната при равномерном подъеме должна компенсировать разность сил тяжести и Архимеда, действующих на груз (т.к. дно каменистое, сила Архимеда на груз действует), т.е.

$$T=(\rho_{клада}-\rho_{воды})gV_{клада}=(1-\rho_{воды}/\rho_{клада})gm_{клада}.$$

Эта же сила действует на плот, сообщая ему (из-за наличия блока) направленное горизонтально ускорение. Тогда по 2 закону Ньютона $T=m_{плота}a$, откуда

$$a=(1-\rho_{воды}/\rho_{клада})gm_{клада}/m_{плота}=0{,}13\ м/с^2.$$

Обратим внимание на два важных обстоятельства: поскольку речь идет про ускорение, с которым *начнет* двигаться плот, то можно, во-первых, пренебречь силой сопротивления воды (она зависит от скорости движения), а, во-вторых, считать, что влево смещается только плот, а клад движется вертикально. При дальнейшем движении канат перестанет быть вертикальным, и клад также начнет смещаться влево, однако расчет этого процесса выходит за рамки поставленной задачи.

Ответ: 0,13 м/с^2

Критерии оценивания

Записано выражение для силы натяжения нити	4
Записан второй закон Ньютона для плота	4
Получен ответ	2

10-4. Из графиков видно, что у каждого персонажа скорость изменения температуры со временем постоянна, обозначим ее $v=\Delta T/\Delta\tau$.

Запишем уравнение теплового баланса для остывающей воды за малое время $\Delta\tau$:

$$mc\ \ T + c_0\ \ T = \alpha\left(T - T_{cp}\right)\ \tau$$

где $T = T_0 - v\tau$ – текущая температура чая, α– коэффициент теплопередачи, c_0 – теплоёмкость стакана, c – удельная теплоёмкость чая, m – текущая масса чая.

Из этого соотношения найдем зависимость массы чая от времени

$$m = \frac{\alpha}{c}\frac{T_0 - T_{cp}}{v} - \frac{c_0}{c} - \frac{\alpha}{c}\tau$$

Зависимость, действительно, линейная. Коэффициент наклона для графиков массы $\frac{\alpha}{c} = 2{,}4\ \ 10^{-5}\frac{кг}{с}$ оказывается одинаков для всех персонажей (заметим, что у двух приведенных графиков он действительно одинаков). В приведенных соотношениях нам неизвестны температура окружающей среды $T_{ср}$ и отношение c_0/c. Чтобы их найти, используем известные начальные массы чая в стаканах Сони и Шляпника. В зависимости от того, кому из них какой график массы соответствует, получаем

$$\begin{cases} \dfrac{\alpha}{c}\dfrac{T_{01} - T_{cp}}{v_1} - \dfrac{c_0}{c} = 14{,}3г \\ \dfrac{\alpha}{c}\dfrac{T_{02} - T_{cp}}{v_2} - \dfrac{c_0}{c} = 42{,}9г \end{cases}$$

(если Соне соответствует верхний график)

или

$$\begin{cases} \dfrac{\alpha}{c}\dfrac{T_{01} - T_{cp}}{v_1} - \dfrac{c_0}{c} = 42{,}9г \\ \dfrac{\alpha}{c}\dfrac{T_{02} - T_{cp}}{v_2} - \dfrac{c_0}{c} = 14{,}3г \end{cases}$$

(если Соне соответствует нижний график).

Второй вариант не подходит, поскольку при решении получается отрицательное c_0/c, что физически невозможно. Подставляя T_{01}, T_{02}, v_1, v_2 из графиков для температуры, решаем систему уравнений относительно c_0/c и $T_{ср}$. Получается $T_{ср}$ =20°С, c_0/c=24 г. Определив T_{03} и v_3 из графиков, а также используя найденные c_0/c и $T_{ср}$, построим график зависимости массы чая Алисы от времени (рис. 15).

Ответ: см.рис.15.

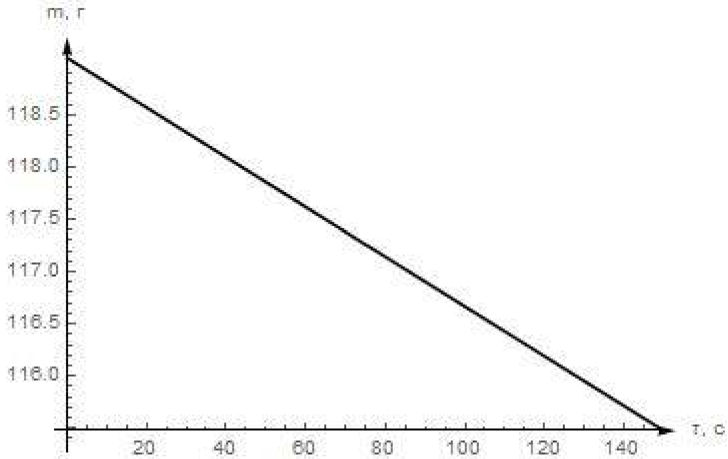

Рис. 15

Критерии оценивания

Записано уравнение теплового баланса	2
Определен коэффициент α/c	2
Определены температура среды и c_0/c	3
Определена начальная масса чая у Алисы	1
Построен график	2

Комментарий для проверяющего: при оценке построенного графика нужно 1 балл ставить за правильные значения начальной массы и угла наклона, а еще 1 балл – за культуру оформления графиков (на графике должны быть подписаны оси с указанием единиц измерения, отмечен использованный масштаб, график занимает значительную часть рисунка).

10-5. Обозначим узлы схемы так, как показано на рис. 16. Заметим, что контур *abdc* представляет собой сбалансированный мост Уитстона (т.к. 2/4=3/6). Соответственно, через резистор 5 Ом ток не течет, и его можно заменить на разрыв цепи. Т.к. вольтметр идеальный, его также можно заменить на разрыв цепи.

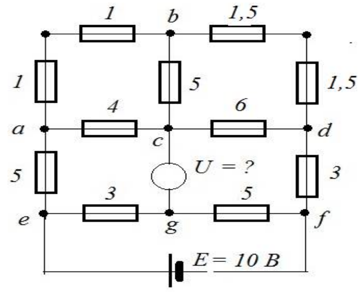

Рис. 16

После этих преобразований схема превращается в простую и ее расчет требует только аккуратного применения закона Ома. Ниже приведен один из возможных способов.

Участок *egf* подключен непосредственно к источнику, поэтому через него течет ток 10 В/8 Ом=1,25 А, тогда падение напряжения на участке *eg* равно 3,75 В. Сопротивление остальной части схемы составляет 34/3 Ом. Тогда через участок *ea* течет ток 30/34 А, который в узле *a* делится в отношении 2:1, и через участок *ac* течет ток 10/34А. Падение напряжение на участке *eac* составит $30/34\cdot5+10/34\cdot4=190/34 =95/17$ В. Вольтметр показывает 95/17–3,75=1,8 В.

Ответ: 1,8 В (знак не учитывать)

Критерии оценивания

Указано, что идеальный вольтметр можно убрать	2
Показано, что *abdc* – сбалансированный мост	3
Рассчитано падение напряжения на *eac*	3
Рассчитано падение напряжения на *eg*	1
Получен ответ	1

11 класс

11-1. Заметим, что силы, действующие на планету со стороны как двух, так и трех спутников скомпенсированы в силу симметрии конфигурации, а центр масс системы, опять же в силу симметрии, совпадает с центром планеты. Поэтому центр масс системы и планета в этом случае покоятся, и для анализа движения достаточно исследовать движение спутников.

Запишем второй закон Ньютона для одного из двух спутников:

$m\dfrac{4\pi^2}{T_2^2}a = G\dfrac{M\,m}{a^2} + G\dfrac{m\,m}{4a^2}$ (a – расстояние от спутников до центра планеты).

Для трёх спутников (см. рис.17) аналогичное соотношение примет вид: $m\dfrac{4\pi^2}{T_3^2}a = G\dfrac{M\,m}{a^2} + G\dfrac{m\,m}{a^2\sqrt{3}}$

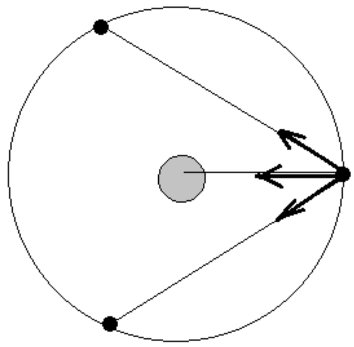

Рис. 17

Вычитая предварительно преобразованные уравнения, получим

$$\frac{4a^3\pi^2}{mG}\left(\frac{1}{T_3^2} - \frac{1}{T_2^2}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{4}$$

Предположим, что $T_3=T_2-\Delta T$. Считая ΔT малой величиной, можно преобразовать эту формулу

$\dfrac{\Delta T}{T_2} = (\dfrac{1}{\sqrt{3}} - \dfrac{1}{4})\dfrac{mG}{8a^3\pi^2}T_2^2$. Подставляя числовые данные,

получим $\dfrac{\Delta T}{T_2} = 1.23\cdot 10^{-3}$, тогда ΔT=29.97 сут.

В порядке обсуждения заметим также, что вопрос об устойчивости подобной конфигурации является весьма нетривиальным, однако возможные неустойчивости будут проявляться на временах, значительно превышающих период обращения.

Ответ: 29,97 суток.

Критерии оценивания

Обосновано, что планета не движется	1
Записан 2 закон Ньютона для случая двух спутников	2
трех спутников	3
Из полученных уравнений исключена масса планеты (либо найдено ее значение)	1
Получен ответ	3

11-2. Введём следующие обозначения: m – масса каждого диска; g – ускорение свободного падения; k – жёсткость пружинки, χ – искомое отношение h/Δ.

После перевода цилиндра в вертикальное положение диски сместятся вниз, и новое равновесие установится, когда сила упругости станет равна весу двух дисков (массу пружинки полагаем равной 0): $2mg = k\Delta \rightarrow \Delta = 2mg/k$.

При медленном подъёме верхнего диска нижний остановится на расстоянии $\Delta/2$ от нового положения равновесия, поэтому высота верхнего диска относительно нижнего равна $h' = h - mg/k = \Delta\,(\chi\text{-}1/2)$.

Падая с высоты h', верхний диск перед первым столкновением приобретёт скорость $v_0 = \sqrt{2gh'}$. При столкновении диски «обменяются скоростями» – происходит абсолютно упругий удар двух тел равной массы. После этого верхний вновь начнёт свободное падение с нулевой начальной скоростью, а нижний совершает колебания относительно своего положения равновесия с начальной скоростью v_0.

Найдем расстояние s между точками первого и второго соударений дисков. Первый диск движется равноускоренно, поэтому его путь $s_в = gt^2/2$, где t – время движения. С другой стороны, у нижнего диска нам известна средняя скорость, тогда $s_н = 2v_0t/\pi$.

Для нижнего диска мы можем записать закон сохранения механической энергии. Выбрав за нулевой уровень потенциальной энергии в поле силы тяжести точку второго удара, запишем $mv_0^2/2 + mgs + k(\Delta/2)^2/2 = k(\Delta/2+s)^2/2$. Подставляя сюда полученное ранее выражение для величины Δ, получим $s_H = v_0\sqrt{m/k} = \sqrt{2mgh'/k}$. Тогда найдем время движения $t = \pi\sqrt{m/k}/2$, и, приравнивая пройденные дисками расстояния, получим

$$\frac{g}{2}\left(\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{k}}\right)^2 = \sqrt{\frac{2mgh'}{k}} \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^2\frac{mg}{2k} = \sqrt{\frac{2mg}{k}\Delta(\chi - 1/2)} \rightarrow \chi = \frac{1}{2} + \left(\frac{\pi}{4}\right)^4 \approx 0{,}88.$$

Ответ: $\chi = \frac{1}{2} + \left(\frac{\pi}{4}\right)^4 \approx 0{,}88$.

Критерии оценивания

Определение смещения дисков	1
Определение положения равновесия нижнего диска	1
Определение скорости верхнего диска перед первым столкновением	1
Формулы для движения верхнего и нижнего диска между столкновениями	2
Вывод формулы для смещения диска из закона сохранения энергии	2
Определение времени между первым и вторым столкновением	1
Вывод соотношения для χ	2

В 2018 году исполняется 110 лет со дня рождения Л.Д. Ландау и 100 лет начала научной деятельности П.Л. Капицы.

11-3. Из уравнение Менделеева-Клапейрона выразим массу газа: $m=pVM/RT$. Тогда изменение массы газа $\Delta m = |(p_2/T_2 - p_1/T_1)|\ VM/R$. Подставляя числовые значения, получим Δm=1,4 кг.

Ответ: 1,4 кг

Критерии оценивания

Записано уравнение состояния	1
Записано соотношение для разности масс	4
Получен числовой ответ	5

11-4. Масса, очевидно, уменьшается, т. к. для сообщения положительного заряда необходимо создать на эталоне дефицит электронов. Абсолютная величина изменение массы будет, очевидно, равна массе электронов, прошедших по соединительному проводу: $\Delta m = Q/|\gamma|$, где Q – заряд шара в конце эксперимента, γ – удельный заряд электрона.

Количество заряда, который можно сообщить телу, определяется потенциалом тела и его ёмкостью. Используя формулу для ёмкости шара (либо рассчитывая потенциал равномерно заряженного шара как потенциал его поверхности), получим для максимально достижимого в описанных условиях заряда эталона $Q=4\pi\varepsilon_0 RU$, где R – радиус шара, U – напряжение, создаваемое электрофорной машиной. Рассчитав радиус шара (мы знаем плотность эталона и его массу — $m_0 = 1$кг!, $m_0 = 4\pi\rho R^3/3$), найдём значение заряда: $2{,}48\cdot 10^{-7}$ Кл (таким образом, эксперимент Глюка не удался!).

Для изменения массы окончательно получим $\Delta m = 1{,}4\cdot 10^{-18}$ кг.

Ответ: уменьшится на $1{,}4\cdot 10^{-18}$ кг

Критерии оценивания

Получена формула для Δm	2
идея нахождения заряда шара через потенциал	4
Проведен расчет заряда	2
Получен ответ	2 (если нет указания, что масса уменьшалась – 1)

Комментарий: решения, в которых заряд эталона полагается равным 1 Кл, оценивать не выше 2 баллов.

11-5. Поскольку задача симметрична относительно прямой АВ, будем проводить рассмотрение для линзы ТТ'; для линзы ТТ'' рассуждения аналогичны.

Определим сначала расстояние от точки В до плоскости линзы. Оно составляет $D/3\sqrt{2}$ (см. рис. 18 - треугольник ВТВ' прямоугольный с углом $\pi/4$), что больше фокусного расстояния линзы. Таким образом, в системе всегда будет формироваться как минимум два действительных изображения – по одному в каждой из линз.

Дополнительные изображения могут сформироваться в случае, если после преломления в линзе ТТ' пучок лучей попадет на линзу ТТ''. Пучок ограничен крайними лучами T'S' и TS' (см. рис. 18, пунктирными линиями обозначены оптическая ось и фокальные плоскости линзы). Очевидно, пограничной ситуации соответствует попадание луча T'S' в точку T''. Эта ситуация изображена на рис. 19. В этом случае луч T'S' перпендикулярен оси АВ, что упрощает геометрический анализ. Обозначим точку пересечения луча S'T' с осью АВ (и одновременно с оптической осью линзы) С', точку пересечения луча ST' с оптической осью линзы С, оптический центр линзы О', и построим прямоугольный треугольник Т'СС''. Обозначим также искомое расстояние ST за x. Рассчитаем длины отрезков: $|TC'|=D/\sqrt{2}$, $|O'C'|=D/2$, $|O'C|=D/6$ (из формулы тонкой линзы), $|CC''|=|C'C''|=D\sqrt{2}/3$. Тогда из подобия треугольников Т'СС'' и T'SC' получим для отношения катетов $\left(D/\sqrt{2}\right)/\left(x+D/\sqrt{2}\right)=\left(D/\sqrt{2}-D\sqrt{2}/3\right)/\left(D\sqrt{2}/3\right)$, откуда находим $x=D/\sqrt{2}$.

Очевидно, при удалении источника от точки Т преломлённый луч T'S' будет отклоняться сильнее, и всё большая часть пучка будет попадать на вторую линзу. Формируемое при этом изображение будет действительным, т.к. точка S' находится выше оптической оси первой линзы и, таким образом, расстояние от неё до плоскости второй линзы превышает фокусное. При приближении источника к точке T весь пучок будет проходить мимо второй линзы. Таким образом, при выполнении условия ST>x в системе будут формироваться два дополнительных действительных изображения.

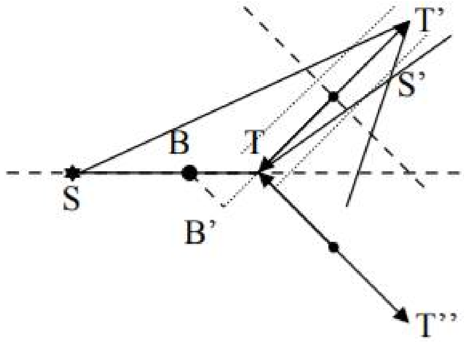

Рис. 18

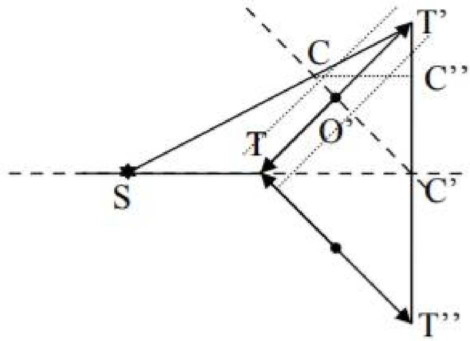

Рис. 19

Ответ: формируются четыре изображения, если расстояние x от источника до точки T превышает $x_{cr}= D/\sqrt{2}$, и два — в противоположном случае. График зависимости приведён на рис. 20.

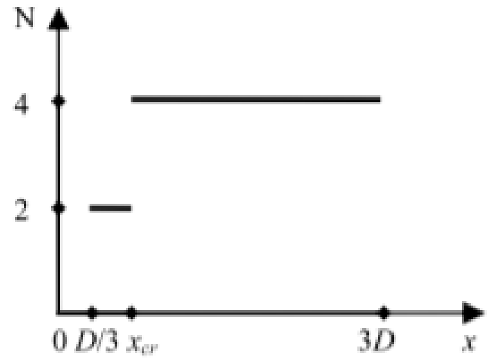

Рис. 20

Критерии оценивания

Показано, что всегда существует как минимум 2 действительных изображения	2
Описан способ формирования дополнительных изображений	2
Проведен расчет граничного случая	4
Построен график искомой зависимости	2

Рекомендации по проверке работ

Необходимо помнить, что олимпиада – это соревнование по решению нестандартных задач, а не по аккуратному выписыванию известных формул и определений. Основная задача, стоящая перед участником – получить конструктивным способом правильный ответ на заданный в условии вопрос. Поэтому при проверке большее внимание нужно обращать на результат решения задачи, а не на применяемый метод и степень гладкости и аккуратности его изложения.

Рекомендуется организовать проверку так, чтобы одну и ту же задачу во всех работах проверял один и тот же человек, в этом случае уверенность в том, что одинаковые решения будут оценены одинаковым числом баллов (а это основное требование к проверке), существенно выше. Идеальный вариант достигается, если каждый член жюри проверяет только одну задачу. Такая система не исключает, однако, обсуждения отдельных решений (как правило, нестандартных) всеми членами жюри.

Считаем необходимым напомнить, что "Порядок проведения Всероссийской олимпиады школьников по физике" не содержит требований к проценту выполнения работы, необходимому для получения статуса призера. Поэтому настоятельно рекомендуется присваивать в каждой параллели хотя бы одному участнику олимпиады статус призера.

При проверке необходимо придерживаться следующих правил:

1. **Абсолютно недопустимо** снимать баллы за отсутствие в работе необязательных для получения ответа элементов, таких как запись краткого условия, проверка размерностей, перевод единиц измерения в одну систему и т.п.

2. **Абсолютно недопустимо** снимать баллы за "некрасивый" или нерациональный метод решения, в частности, за проведение вычислений не в общем виде. Любое полное правильное решение должно быть оценено полным баллом.

3. Не следует снимать баллы за отсутствие пояснений общеизвестных вещей (например, если участник пишет условие равенства суммы всех сил нулю, но не указывает, что это второй закон Ньютона для покоящегося тела; или при записи условия плавания тела сразу пишет $\rho g V$, не уточняя, что это сила Архимеда), интуитивно понятных обозначений (если, например, в задаче всего два тела, движущихся равномерно, то не требуют специального пояснения обозначения v_1 и v_2), пропуск тривиальных этапов в решении (если второй закон Нью-

тона пишется сразу в проекциях на наклонную плоскость). Вообще рекомендуется не требовать слишком подробных пояснений: если Вы поняли, о чем идет речь и почему участник пишет эти формулы, не надо придираться к тому, что они недостаточно пояснены.

4. Необходимо строго придерживаться указанных после каждой задачи критериев оценивания, при этом допускается выставление неполного балла. Так, если за запись некоторого уравнения ставится 3 балла, то имеет смысл за записанное с ошибкой уравнение ставить 0, 1 или 2 балла, в зависимости от того, насколько существенна эта ошибка.

5. Возможны ситуации, при которых математическая ошибка в одной из промежуточных формул приводит к тому, что все последующие тоже оказываются неверными, хотя физика задачи участником понята и логика решения верна (если, например, участник неправильно спроектировал второй закон Ньютона на оси, но дальнейшие преобразования сделал верно). В этом случае снимать баллы следует только за ту формулу, в которой первоначально была сделана ошибка. Т.е. если из формулы (1) получается формула (2), а из нее формула (3), причем формула (1) записана неверно, но (2) и (3) получены из нее корректно, то баллы за формулы (2) и (3) должны быть поставлены полностью.

6. Во всех случаях, кроме критерия "получен ответ", слова "найдена (получена) величина x" следует понимать как "найдено численное значение величины x **либо** формула, выражающая ее через заданные в условии величины"

7. Приведенные критерии оценивания применяются для оценивания *частично неверных либо недостаточно обоснованных* решений. *Любое верное и в достаточной степени обоснованное* решение необходимо оценивать в 10 баллов. Утверждения, обоснование которых должно присутствовать в решении в явном виде, обязательно упомянуты в критериях.

8. Указание размерности при промежуточных вычислениях не требуется. Если задача предполагает получение числового ответа в размерных величинах, то отсутствие указания размерности ответа должно обязательно приводить к снижению баллов в пределах полагающихся в соответствии с критериями за получение ответа.

9. В случае, если представленное решение имеет существенно отличную от авторской логику, необходимо разработать систему оценивания, по возможности совпадающую с указанной в ключевых точках. Если же невозможно и это

(большая просьба информировать методическую комиссию о столь нестандартных решениях), следует ориентироваться на следующие общие правила:

10 – задача решена правильно и все существенные моменты решения корректно объяснены.

8-9 – задача решена правильно, но некоторые существенные моменты решения объяснены недостаточно корректно, *либо* имеется числовая ошибка, не приведшая к очевидно неверному ответу[1].

6-7 – задача в целом решена правильно, но имеется алгебраическая ошибка, не приведшая к очевидно неверному ответу, *либо* явно недостаточны пояснения к решению, *либо* не рассмотрена одна из возможных ситуаций, оказавшаяся несущественной для решения.

4-5 – основная идея решения верна, но имеется ошибка, не позволившая ее развить, *либо* не рассмотрена одна из существенных для решения ситуаций, *либо* введены некорректные предположения, упростившие задачу, *либо* в правильном решении допущена арифметическая или алгебраическая ошибка, приведшая к очевидно неверному ответу.

2-3 – имеются правильные рассуждения, которые не могут привести к верному решению без использования дополнительных соображений.

1 – участник приступил к решению задачи, но *связанных с ней* здравых идей не предложил. Рекомендуется сюда же относить решения, ограничившиеся сделанным рисунком, а также сколь угодно длинные перечисления формул, не относящихся к данной задаче.

0 – участник не приступал к решению.

10. В случае, если участник приступил к решению задачи (т.е. написал что-либо кроме краткого условия), но ни один указанный в критериях пункт не выполнил, нужно ставить 1 балл.

11. В случае, если в задаче записан только правильный ответ без комментариев относительно способа его получения, необходимо ставить 0 баллов.

12. Все записи, которые зачеркнуты участником, не проверяются и не оцениваются (даже если они верные).

13. Если в работе содержится несколько решений одной и той же задачи, и комментарии участника позволяют понять, какое из решение он считает верным, то оценивается только оно.

[1] То есть к ответу, неправильность которого очевидна без специальной проверки (скорость пули сравнима со скоростью света, или скорость пешехода превышает скорость автобуса, или размер зерна сравним с размером атома и т.п.), а также несовпадающему с искомой величиной по размерности.

14. Если же при нескольких решениях невозможно понять, какое участник считает верным, то следует придерживаться следующих правил:

А. Если все решения верные (например, несколько различных способов решения), то оценивается наилучшее.

Б. Если среди решений есть как верные, так и неверные, то оценивается *наихудшее* решение.

15. По решению жюри черновики работ могут проверяться либо не проверяться, при этом принятое решение должно быть объявлено участникам до начала олимпиады. Если принято решение проверять черновики, то рекомендуется придерживаться следующих правил:

А. Если в чистовике имеется завершенное (неважно, верное или нет) решение задачи, то черновик этой задачи не оценивается, даже если бы в нем содержалось верное решение

Б. Если решение в чистовике не завершено, а в черновике содержится его продолжение, то оно оценивается как если бы оно было изложено в чистовике. При этом другие версии решения, содержащиеся в черновике, не оцениваются.

В. Если в чистовике решение задачи отсутствует, то проверяется черновик. Если при этом в черновике содержится несколько принципиально различных решений, то следует придерживаться приведенных выше для чистовика правил.

Составители настоящего пособия надеются, что им удалось избежать опечаток в *условиях* задач. В то же время они уверены, что в *решениях* задач опечатки, к сожалению, остались, и будут благодарны за указание на них. Эти сведения, а также любые вопросы по условиям и решениям задач авторы просят присылать Савину Алексею Владимировичу (см. контакты на с. 2).