Саратовский государственный университет

имени Н.Г.Чернышевского

МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ И ПРОВЕДЕНИЯ МУНИЦИПАЛЬНОГО ЭТАПА LII ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ ПО ФИЗИКЕ

Саратов
2017 г

Комплект заданий подготовлен
региональной методической комиссией по физике

Координаты для связи (Савин Алексей Владимирович):
E-mail: AVSavin@rambler.ru с пометкой «Олимпиада» в теме письма
Адрес: 410012, Саратов, ул. Астраханская, 83, СГУ, ФНП, Савину А.В.

Задачи предложены следующими членами методической комиссии

7 класс	8 класс	9 класс	10 класс	11 класс
1. А.В. Савин 2. В.Н. Шевцов 3. А.А. Князев, А.В. Савин 4.В.Н. Шевцов	1. В.Н. Шевцов 2. А.А. Дворцов 3. В.Н. Шевцов 4. А.А. Дворцов	1. М.М. Стольниц 2. В.Н. Шевцов 3. А.А. Дворцов 4. А.В. Савин 5. Д.О. Любченко	1. Д.О. Любченко 2. М.М. Стольниц 3. В.Н. Шевцов 4. А.А. Князев 5. А.В. Савин	1. В.Н. Вешнев 2. А.В. Савин 3. А.А. Князев, А.В. Савин 4. М.М. Стольниц 5. А.А. Князев

Председатель методической комиссии: А.В. Савин.

Члены методической комиссии: В.П. Вешнев, А.А. Дворцов, А.А. Князев, Д.О. Любченко, М.Н. Нурлыгаянова, М.В. Поздняков, А.А. Ростунцова, Д.В. Савин, М.М. Стольниц, Р.А. Торгашов, В.Н. Шевцов.

Общая редакция – А.В. Савин
Подготовка оригинал-макета – А.В. Савин, Д.В. Савин

Подписано в печать 6 декабря 2017 г. в 01.38

Условия задач

7 класс

1. "О физических проблемах перевода художественных текстов"

Широко известный роман Жюля Верна о капитане Немо и его подводной лодке "Наутилус" в оригинале имеет название "*Vingt mille lieues sous les mers*", что обычно переводится как "20 000 льё под водой". В некоторых переводах он, однако, называется "80 000 км под водой", хотя 1 морское льё равно 5,555 км. Определите, на сколько процентов сократился путь "Наутилуса" в результате перевода.

Причина столь заметного расхождения заключается в том, что при первом (дореволюционном) переводе романа на русский язык название было переведено как "80 000 вёрст под водой", в соответствии с принятыми в те времена в России единицами измерения. При этом переводчик, видимо, имел в виду "столбовую версту", которая составляет 1,517 км. После перехода на метрическую систему некоторые издатели просто заменили "вёрсты" на "километры", поскольку наиболее употребительная "путевая верста" составляла 1066 м, что очень близко к километру. Определите, сколько "столбовых вёрст" в одном льё.

2."Бег в разные стороны"

Два семиклассника участвуют в забеге по стадиону на дистанцию 1 круг (400 м). Если от линии старта они побегут по кругу в одном направлении, то расстояние между ними вдоль беговой дорожки будет увеличиваться на 4 м за каждые 4 с. Если же они побегут в разные стороны (один из них что-то перепутал), то за каждые 3 с расстояние между ними будет увеличиваться на 21 м. За какое время более быстрый семиклассник вновь окажется на линии старта?

3. "Трос из Луны"

Известный американский писатель-фантаст Артур Кларк предлагал идею "космического лифта" – троса, связывающего поверхность Земли с находящейся на орбите станцией. За счет вращения Земли грузы будут подниматься по этому тросу без дополнительных затрат энергии.

Ученик 7 класса, прочитав об этом, подумал, что было бы здорово протянуть трос от Земли до центра Галактики. В качестве материала для троса он решил использовать Луну. Оцените площадь поперечного сечения такого троса. Масса Луны $7{,}4\cdot10^{22}$ кг, средняя плотность Луны 3,34 г/см^3, расстояние до центра Галактики $2{,}6 \cdot 10^{17}$ км. Объем троса можно найти как произведение площади его поперечного сечения на длину.

4. " О приготовлении творожной массы "

Смешав сметану плотностью 900 кг/м^3 с обезжиренным творогом, получили 300 г творожной массы средней плотностью 1,08 г/см^3? Сколько граммов сметаны потребовалось, если известно, что один кубический сантиметр обезжиренного творога имеет массу 1,1 грамма? Считайте, что при смешивании сметаны и творога объем смеси равен сумме объемов компонентов.

8 класс

1. "Средняя скорость гусеницы"

Перемещаясь от одного дерева к другому, гусеница первую половину времени ползла со скоростью 35 см/мин, а оставшееся время – со скоростью 18 см/мин. Ровно на середине пути гусенице повстречался муравей. Определите (в см/мин) среднюю скорость гусеницы за время, прошедшее от встречи с муравьем до конца пути.

2. "Сложный механизм"

В приведенной на рис. 1 системе трения нет, все нити невесомые, а массы блоков m_1=1 кг и m_2=2 кг. При какой массе блока m_3 система будет находиться в равновесии? Чему в этом случае равны показания динамометра Д?

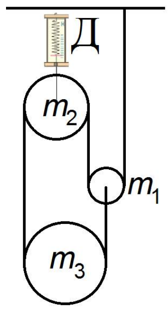


Рис. 1

3. "Составной шар"

Из двух полушарий, сделанных из разных материалов, склеили сплошной шар. Известно, что массы половинок отличаются в два раза, а шар плавает в воде, погрузившись ровно наполовину. Найдите плотность материала тяжелой половинки. Плотность воды 1000 кг/м^3.

4. "Игра в кубики"

У пингвинов Пина и Гвина есть сосуд объёмом 10 л , наполовину заполненный водой при температуре 0°С, и много разных кубиков льда при температуре –40°С. Пин и Гвин играют в игру, по очереди аккуратно опуская в сосуд кубики льда: Пин – кубик объёмом 1 см^3, Гвин – объемом 2 см^3, Пин – объемом 3 см^3 и т.д, дожидаясь после каждого броска установления теплового равновесия. Проигрывает тот, кто больше не может опустить кубик в воду (либо из-за того, что вода выливается, либо из-за того, что она вся замёрзла). Кто выиграет в этой игре? Считайте, что если кубик можно опустить в воду, то он обязательно плавает в ней, не касаясь дна. Удельная теплоёмкость льда 2100 Дж/(кг·°C), удельная теплота плавления льда 330 кДж/кг, плотности воды 1000 кг/м^3, льда 900 кг/м^3.

9 класс

1. "Стрельба по клеточкам"

Вертикальный щит расчерчен в клетку как шахматная доска. В клетке A1 расположена игрушечная пушка, которая может стрелять дробинками. Дробинки вылетают из центра клетки, вектор скорости дробинок всегда имеет одинаковое направление – по линии, соединяющей центры клеток A1 и H7 (см. рис. 2), а скорости дробинок могут меняться от выстрела к выстрелу. На какой линии находятся верхние точки траекторий дробинок? Сопротивление воздуха отсутствует, дробинки можно считать материальными точками.

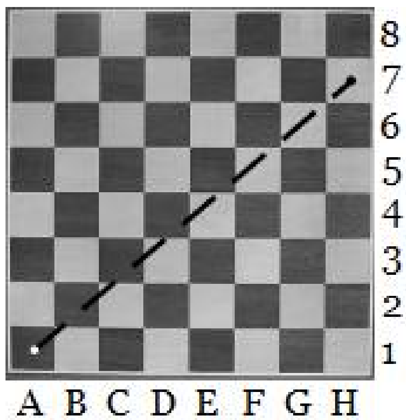


Рис. 2

2. "Весы в воде"

На равноплечих весах уравновешены два тела массой 1 кг каждое, сделанные из материалов с плотностями 2 г/см^3 и 4 г/см^3 соответственно. Оказалось, что если тела целиком погрузить в воду, равновесие весов не нарушится. Найдите объем полости в одном из тел, если известно, что другое тело сплошное.

3. "Температура дроби"

Экспериментатор Глюк засыпал некоторое количество раскалённой металлической дроби в воду при температуре 100°C. Найдите температуру дроби, если уровень воды в сосуде остался таким же. Плотность воды 1000 кг/м^3, плотность дроби 11340 кг/м^3, удельная теплота парообразования воды 2300 кДж/кг, удельная теплоёмкость дроби 130 Дж/(кг·°C). Потерями тепла пренебречь, вода из сосуда не выливалась.

4. "Шестиугольник сопротивлений"

Приведенная на рис. 3 схема подключена к источнику постоянного напряжения. Известно, что все электроизмерительные приборы идеальные, вольтметр показывает 8 В, а сопротивления резисторов в Омах подписаны на них. Определите показания амперметров.

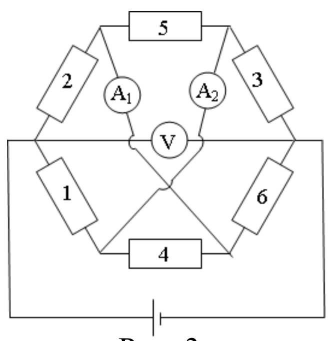


Рис. 3

5. "Тени от киоска"

Пешеходная и автомобильная дороги расположены параллельно друг другу на расстоянии 14 м. Между ними расположен высокий киоск, основание которого является квадратом размерами 2×2 м, причем расстояние от его центра до пешеходной дорожки равно 4 м. Темной ночью человек идет по дорожке с постоянной скоростью 0,8 м/с, а машина, на крыше которой установлен точечный источник света, едет по автодороге навстречу ему с постоянной скоростью 10 м/с. В тот момент, когда человек оказался в тени киоска (см. рис. 4), расстояние от центра киоска до машины составляло 132 м. Сколько времени человек будет находиться в тени киоска?

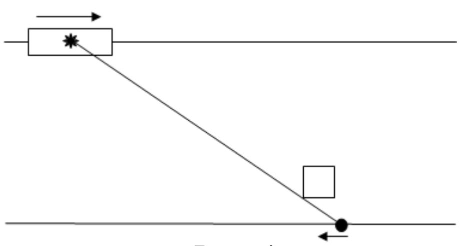


Рис. 4

10 класс

1. "Обезьяна и банан"

На высоте 6 метров от земли висит банан. Обезьяна кидает палку длиной 80 см так, что в начальный момент времени она расположена горизонтально на высоте 1 м от земли, а ее центр имеет скорость 19 м/с, направленную под углом 30° к горизонту. С какой минимальной угловой скоростью обезьяна должна закрутить палку вокруг центра масс, чтобы попасть по банану? Ускорение свободного падения 9,8 м/с^2.

2. "Гравитационный масс-спектрометр"

Для определения масс и сортировки дробинок собрана установка в виде составного клина (см. рис. 5). На участке АВ дробинка разгоняется постоянной силой F=0,58g мН (g=9,8 м/с^2 – ускорение свободного падения), направленной параллельно АВ. Коэффициент трения скольжения дробинки о плоскость

μ=0,25. После прохождения точки B дробинка движется под действием силы тяжести без сопротивления воздуха. При соприкосновении с поверхностью участка BC дробинка прилипает к ней. Найдите связь высоты h точки прилипания относительно основания клина с массой дробинки m. Определите граничные значения масс, измеряемые данной установкой. Длины отрезков l_{AD} = 280 см, l_{CD} = 120 см, $l_{AB'}$ = 40 см, $l_{BB'}$ = 30 см.

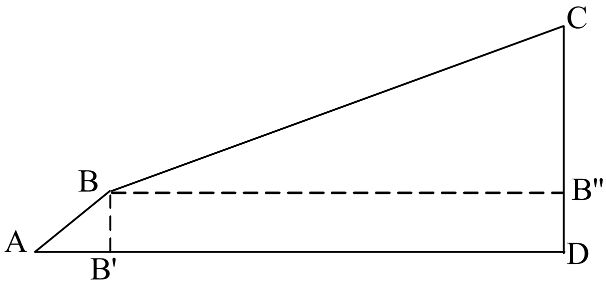


Рис. 5

3. "Лед на столе"

Внесенный с мороза в теплую комнату кусочек льда полностью растаял через 10 минут после начала таяния. Сколько времени он нагревался от –2°С до –1°С? Удельная теплоемкость льда $2{,}1\cdot10^3$ Дж/(кг·°С), а его удельная теплота плавления 330 кДж/кг.

4. "Очень сложная схема"

В представленной на рис.6 схеме сопротивления всех резисторов одинаковы и равны R. Определите сопротивление всей схемы.

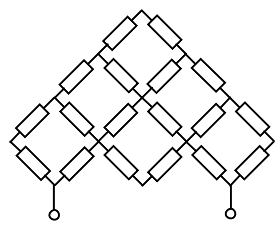


Рис. 6

5. "Линза у зеркала"

К идеальной тонкой линзе с фокусным расстоянием F приставлено плоское зеркало длины $4F$ так, как показано на рис.7. На главной оптической оси линзы находится точечный источник. При каком расстоянии от него до линзы в системе будет ровно одно изображение? Диаметр линзы равен $2F$.

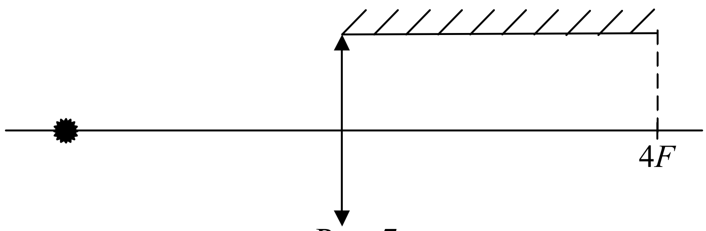


Рис. 7

11 класс

1. "Мешок муки"

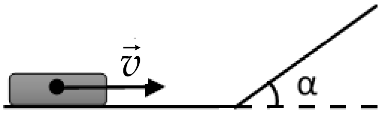


Рис. 8

Мешок с мукой скользит по гладкой горизонтальной поверхности со скоростью v. Определите высоту его подъёма по неподвижной наклонной плоскости с углом наклона α (α<π/2) и коэффициентом трения μ (рис. 8), считая, что она намного больше длины мешка.

2. "Нагрев в шаре"

Два одинаковых резиновых шарика наполнены идеальным одноатомным газом. Один из них помещен в вакуум, а другой в атмосферу, при этом оба шарика имеют одинаковый радиус R. Внутренняя энергия газа, содержащегося в находящемся в вакууме шарике, равна U_0. Какое количество теплоты нужно ему сообщить, чтобы его радиус увеличился вдвое? Какое количество теплоты нужно сообщить газу в находящемся в атмосфере шарике, чтобы его радиус также увеличился вдвое? Атмосферное давление p_0, оболочка шариков невесомая, тонкая, абсолютно теплоизолирующая и идеально упругая, теплоемкостью оболочки можно пренебречь.

3. "Мини-ТЭС"

Говорят, отец Федор планировал обеспечивать энергетические потребности своего свечного заводика за счет паровой машины, причем воду для нее он планировал качать из артезианской скважины, а в качестве холодильника использовать во́ды протекающей рядом небольшой речки. Оцените, на сколько повысится в результате температура воды в этой речке, если расход воды в ней 1 м^3/с, а для работы заводика необходимо 100 кВт полезной мощности. Для оценки примите, что КПД паровой машины 2%. Удельная теплоемкость воды 4,2 кДж/(кг·К).

4. "Полеты через конденсатор"

Плоский конденсатор с длиной пластин L и расстоянием между ними d расположен горизонтально. В конденсатор через точку А под некоторым углом к пластинам влетает положительно заряженная частица. Если к обкладкам конденсатора приложить напряжение U так, что верхняя пластина заряжена положительно, то частица вылетит из конденсатора через т. В; если же при том же напряжении положительно заряжена будет ниж-

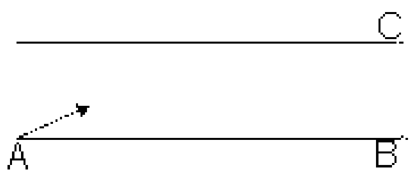


Рис. 9

няя пластина, то частица вылетит через т. С. Известно также, что из незаряженного конденсатора частица вылетает через середину отрезка СВ, причем ее скорость направлена горизонтально. Определите величину скорости частицы в т.А, угол, который эта скорость образует с пластиной конденсатора, а также отношение заряда частицы к ее массе. Ускорение свободного падения g, система находится в вакууме, краевыми эффектами можно пренебречь.

5. "Треугольник в линзе"

На рисунке 10 приведены треугольник и его изображение в тонкой собирающей линзе. Построением при помощи циркуля и линейки без делений восстановите положение линзы и ее главных фокусов.

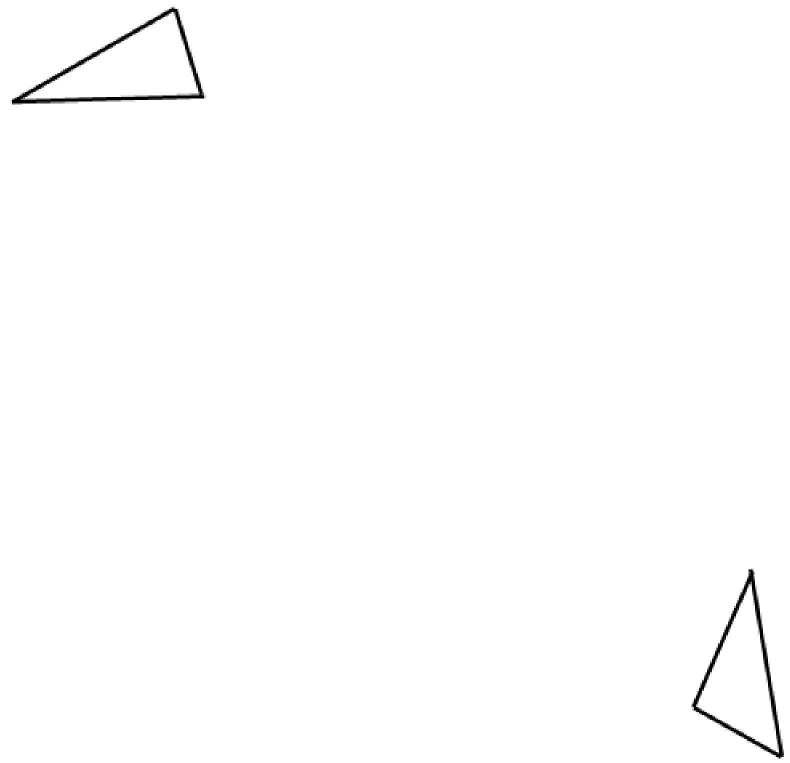


Рис. 10

Решения задач

7 класс

7-1. Переводя льё в километры с использованием указанного соотношения, получаем 20 000 льё = 111 100 км. Разница с приведенным в переводе значением составляет 31 100 км, что составляет 31 100/111 100·100%=28%. Количество столбовых вёрст в одном льё находим как 1 льё=5,555 км =5,555/1,517 вёрст =3,662 версты. Заметим, что при использовании вёрст погрешность составляла всего 9%, причем в бóльшую сторону.

Ответ: на 28%, 3,662 версты

Критерии оценивания

Найден "истинный" путь в км	2
Найдена разница указанного и истинного пути в км	2
Найдена разница в процентах	2
Найдено количество вёрст в 1 льё	4

Указания проверяющему: 1. Допускаются округления в разумных пределах, в частности, значения пути 111 000 и 110 000 км.

2. Если проценты считаются от значения 80 тыс. км, ставить 1 балл, а не 2.

3. Расчет погрешности при выражении пути в верстах не требуется и не оценивается

7-2. Пусть v_1 и v_2 — скорости на первого и второго семиклассников. По условию задачи $v_1 - v_2 = \frac{S_1}{t_1} = 2$ м/с. Когда они бегут в разные стороны, то их относительная скорость $v_1 + v_2 = \frac{S_2}{t_3} = 7$ м/с. Сложив эти уравнения, получим, что $2v_1 = 8$ м/с. Отсюда $v_1 = 4$ м/с. Тогда скорость бега второго семиклассника $v_2 = 3$ м/с. Первый ученик финиширует через $t_1 = \frac{L}{v_1} = 100$ секунд, т. е. за 1 минуту 40 секунд.

Ответ: за 1 минуту 40 секунд

Критерии оценивания

Найдена сумма скоростей	2
Найдена разность скоростей	2
Найдена скорость более быстрого ученика	4
Получен ответ	2

7-3. Объем вещества при этой операции не изменится, поэтому объем получившегося троса должен быть равен объему Луны. Объем Луны можно определить, разделив ее массу на среднюю плотность:

$$V_Л=7{,}4\cdot10^{22}\ кг/3{,}34\cdot10^{3}\ кг/м^3=2{,}2\cdot10^{19}\ м^3$$

Тогда площадь поперечного сечения троса определится как его объем, деленный на длину $S=2{,}2\cdot10^{19}$ м^3/$2{,}6\cdot10^{20}$ м≈0,1 м^2

Ответ: 0,1 м^2

Критерии оценивания

(при всех вычислениях допускаются округления в разумных пределах. Допускается проведение преобразований в общем виде)

Найден объем Луны	5
Найдена площадь поперечного сечения троса	5

Комментарий: следует отметить, что основной проблемой на пути практического создания "космического лифта" на орбиту Земли в настоящее время является отсутствие материала, трос из которого выдерживал бы собственный вес при нужных размерах. Кроме того, затраты энергии на постройку такого лифта сравнимы с затратами энергии при современных способах доставки грузов на орбиту.

7-4. Пусть $\rho_1 = 1{,}10$ г/см^3 — плотность творога, а $\rho_2 = 0{,}9$ г/см^3 – плотность сметаны. По определению $\rho_1 = \frac{m_1}{V_1}$, $\rho_2 = \frac{m_2}{V_2}$. Тогда $V_1 = \frac{m_1}{\rho_1}$, $V_2 = \frac{m_2}{\rho_2}$.

Если принять, что объемы компонентов при перемешивании складываются, то средняя плотность смеси:

$$\rho_0 = \frac{m}{V_1 + V_2} = \frac{m}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2}}.$$

Ясно, что масса смеси $m = m_1 + m_2$. Следовательно, $m_1 = m - m_2$. Тогда

$$\rho_0 = \frac{m}{\frac{m - m_2}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2}}.$$

Преобразуем: $\rho_0\left(\frac{m}{\rho_1} - \frac{m_2}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2}\right) = m$, $m_2\rho_0\left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1}\right) = m\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_1}\right)$,

$$m_2 = \frac{m\rho_2(\rho_1 - \rho_0)}{\rho_0(\rho_1 - \rho_2)} = \frac{300 \cdot 0{,}9(1{,}10 - 1{,}08)}{1{,}08(1{,}10 - 0{,}9)} = 25 \text{ г}.$$

Ответ: 25 г

Критерии оценивания

Записана связь массы и плотности	2
Записано выражение для плотности смеси через массы компонентов	4
Получен ответ	4

8 класс

8-1. Пусть v_1=35 см/мин, v_2=18 см/мин, t – полное время движения гусеницы. Тогда весь путь гусеницы S=$v_1t/2$+ $v_2t/2$. Поскольку v_1>v_2, то за первую половину времени гусеница проползет больше половины пути, т.е. встреча с муравьем произойдет во время движения со скоростью v_1. Тогда вторую половину пути гусеница проползет за время t_2=$t/2$+($S/2$– $v_2t/2$)/v_1. Тогда, по определению, средняя скорость за время от встречи до конца пути

$$v_{2cp} = \frac{S}{2t_2} = \frac{(v_1 + v_2)v_1}{(3v_1 - v_2)} \approx 21 \text{ см/мин}$$

Ответ: 21 см/мин

Критерии оценивания

Получено выражение для всего пути	1

Показано, что встреча произойдет во время движения со скоростью v_1	1
Получено выражение для t_2	4
Получен ответ	4

8-2. Пусть T – сила натяжения нити. Поскольку нить невесома, а система находится в равновесии, сила натяжения одинакова на всех участках нити. На блок m_1 действует сила тяжести и три силы натяжения, их которых две направлены вверх, а одна – вниз. Поэтому его условие равновесия имеет вид $2T=T+m_1g$, т.е. $T=m_1g$. На блок m_3 действует сила тяжести и две силы натяжения, направленные вверх, поэтому $m_3g=2T$, следовательно, $m_3=2m_1=2$ кг. Сила упругости пружины динамометра, действующая на блок m_2, уравновешивает действующие на этот же блок силу тяжести и две силы натяжения, поэтому динамометр показывает $2T+m_2g=(2m_1+m_2)g=40$ Н.

Ответ: 2 кг, 40 Н

Указание проверяющему: за отсутствие обоснования равенства силы натяжения на всех участках нити оценку не снижать.

Критерии оценивания

Определена сила натяжения нити	3
Определена масса m_3	3
Определены показания динамометра	4

8-3. Пусть V — объем шара, ρ_1 и ρ_2 — плотности его половинок. Масса каждой из половинок равна произведению плотности вещества на объем. Пусть масса второй в два раза больше $m_2 = 2m_1$. Следовательно, плотность ее тоже больше в два раза $\rho_2 = 2\rho_1$, а $\rho_1 = \frac{\rho_2}{2}$. Тогда масса шара равна $m = (\rho_1 + \rho_2)\frac{V}{2} = \frac{3}{2}\rho_2\frac{V}{2} = \frac{3\rho_2 V}{4}$. Условие плавания составного шара $mg = \rho_0 \frac{V}{2} g$, где ρ_0 – плотность воды. В развернутом виде имеем: $\frac{3\rho_2 V}{4} = \rho_0 \frac{V}{2}$.

Тогда плотность материала тяжелой половинки: $\rho_2 = \frac{2}{3}\rho_0 \approx 667$ кг/м^3.

Ответ: 667 кг/м^3

Критерии оценивания

Получена связь плотностей половинок	2
Записано условие плавания шара	2
Записано выражение для массы шара через плотность одной из половинок	3
Получен ответ	3

8-4. После того, как кубик положили в сосуд, на него будет намерзать вода до тех пор, пока кубик не нагреется до 0°С. Заметим, что в процессе намерзания уровень воды в сосуде не меняется, поскольку плавающий кубик всегда вытесняет столько воды, сколько весит сам, а общая масса льда и воды не меняется.

Определим, сколько льда нужно положить в сосуд, чтобы вода из него вылилась. Для этого вытесненный льдом объем воды должен составить половину объема сосуда, т.е. $V/2$. В соответствии с условием плавания $m_л=\rho_в V/2$, тогда общий объем льда, который нужно бросить, $V_л = \rho_в V/2\rho_л$. Поскольку объемы кубиков образуют арифметическую прогрессию, то можно записать уравнение для определения числа кубиков: $\frac{N(N+1)}{2}V_0\rho_л = \rho_в \frac{V}{2}$ (1), откуда $N(N+1) = \frac{\rho_в V}{V_0\rho_л} = \frac{10^5}{9}$ (здесь V_0=1 см^3 – объем первого кубика). Это квадратное уравнение, очевидно, нам нужен его положительный корень, который равен 104,9. Таким образом, вода выльется после того, как положен 105-й кубик. (Заметим, что этот корень можно угадать, если заметить, что N>>1. В этом случае, очевидно, $N \approx \sqrt{10^5/9} = 105{,}4$, далее прямой подстановкой можно уточнить, что в действительности корень меньше 105, но больше 104.)

Осталось проверить, что при таком количестве льда вода не замерзнет. Действительно, при нагреве до 0°С лед должен получить (с учетом (1)) $Q_л = c_л\rho_в V/2\cdot 40°С$=420 кДж, в то время как вся вода при замерзании отдаст $\lambda\rho_в V/2$=1650 кДж, что почти в 4 раза больше.

Таким образом, в сосуд можно будет кинуть только 104 кубика, поэтому выиграет Гвин.

Ответ: Гвин

Критерии оценивания

Указано, что при намерзании воды на плавающий кубик ее уровень не меняется	2
Получено уравнение (1) или аналогичное ему	2
Определено максимальное число кубиков, которые можно положить без выливания воды	2
Показано, что вода при этом не замерзнет	3
Указано, кто выиграет	1

9 класс

9-1. Поскольку в условии нет данных о скоростях и абсолютных расстояниях, необходимо найти какие-то другие параметры. Естественно предположить, что это будут отношения длин отрезков и тригонометрические функции углов.

Введём декартову систему координат с началом в центре клетки A1, а за единицу длины примем длину стороны клетки. Тогда расстояние между центрами клеток A1 и H1 равно 7 ед., а между центрами клеток H1 и H7 – 6 ед.. Следовательно, тангенс угла, под которым дробинки вылетают из центра A1, равен 6/7.

Для материальной точки, вылетающей из начала системы координат со скоростью υ_{00} под углом α к горизонту

$$x = \upsilon_{0x}t, \quad \upsilon_y = \upsilon_{0y} - gt, \quad y = \upsilon_{0y}t - \frac{gt^2}{2}$$

$$\upsilon_{0x} = \upsilon_0\cos\alpha, \quad \upsilon_{0y} = \upsilon_0\sin\alpha$$

В верхней точке траектории (далее помечаются индексом 1)

$$\upsilon_{y1} = 0 \;\rightarrow\; \upsilon_{0y} = gt_1 \;\rightarrow\; t_1 = \frac{\upsilon_0 \sin\alpha}{g},$$

$$x_1 = \upsilon_0 \cos\alpha \frac{\upsilon_0 \sin\alpha}{g} = \frac{\upsilon_0^2 \cos\alpha \sin\alpha}{g},$$

$$y_1 = \upsilon_0 \sin\alpha \frac{\upsilon_0 \sin\alpha}{g} - \frac{g}{2}\frac{\upsilon_0^2 \sin^2\alpha}{g^2} = \frac{\upsilon_0^2 \sin^2\alpha}{2g} = \frac{1}{2}\frac{\upsilon_0^2 \cos\alpha \sin\alpha}{g}\cdot\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{1}{2}x_1 \operatorname{tg}\alpha \;\rightarrow$$

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{1}{2}\operatorname{tg}\alpha$$

По определению, y_1/x_1 это тангенс угла между отрезком, соединяющим начало координат и верхнюю точку траектории, и осью Ox. Мы видим, что эта величина не зависит от начальной скорости. Таким образом, ***все верхние точки траекторий лежат на луче, выходящем из начала системы координат под углом β, тангенс которого равен половине тангенса угла α***. В нашем случае tgβ = 3/7. Уравнение полупрямой, проходящей через начало координат и лежащей в верхней полуплоскости, записывается в виде $y = kx$, где коэффициент k равен тангенсу угла наклона.
Чтобы изобразить полученную линию, достаточно заметить, что отрезок, соединяющий центры клеток A1 и H4, наклонён к оси Ox как раз под нужным углом: горизонтальный катет треугольника «A1–H1–H4» остался таким же, а вертикальный катет в два раза меньше, чем у треугольника «A1–H1–H7».
Ответ: на линии, соединяющей центры клеток A1 и H4 (засчитывается также изображение этой линии на доске, а также ее уравнение, если из записей понятно, какая система координат используется).

Критерии оценивания

Найден tg α	2
Записаны уравнения для полета дробинки	1
Записано условие верхней точки траектории	1
Получено выражение y_1/x_1=0,5tgα или аналогичное ему	4
Указана (либо нарисована) искомая линия	2

9-2. Равновесие весов в воздухе говорит о том, массы тел одинаковы. Равновесие весов сохраняется и в воде. Следовательно, при погружении тел в воду на них действуют одинаковые силы Архимеда. Значит, внешние объемы тел также одинаковы $V_1 = V_2 = V$,и полость имеется внутри второго тела. Пусть ее объем равен V_0. Запишем условие равенства масс: $m = \rho_1 V = \rho_2 (V - V_0)$ (1). Отсюда выразим объем полости:

$$V_0 = V\frac{(\rho_2 - \rho_1)}{\rho_2} = \frac{m}{\rho_1}\frac{(\rho_2 - \rho_1)}{\rho_2} = \frac{m}{\rho_1}\left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_2}\right) = \frac{1000}{2}\left(1 - \frac{2}{4}\right) = 250 \text{ см}^3$$

Ответ: 250 см^3 во втором теле.

Критерии оценивания

Указано, что массы тел одинаковы	1
Показано, что объемы тел одинаковы[1]	2
Указано, в каком теле имеется полость	1
Записано соотношение (1) или аналогичное ему	3

Получен ответ	3

[1] в случае отсутствия обоснования баллы не засчитываются

9-3. То, что уровень воды в сосуде не изменился, означает, что объем испарившейся воды равен объему засыпанной дроби, т.е. $m_{исп}/\rho_в = m_{др}/\rho_{др}$ (1). Тогда уравнение теплового баланса имеет вид $L\ m_{исп} = c_{др}\ m_{др}(T–100°C)$ (2). Решая (1) и (2) совместно, находим $T=100°C+\dfrac{L}{c_{др}}\dfrac{\rho_в}{\rho_{др}}=1660°C$

Ответ: 1660°C

Критерии оценивания

Записано соотношение (1) или аналогичное	4
Записано соотношение (2) или аналогичное	4
Получен ответ	2

9-4. Известно, что сопротивление идеального вольтметра бесконечно велико, а идеального амперметра – пренебрежимо мало. Поэтому идеальный вольтметр можно заменить на разрыв цепи, а идеальный амперметр – на проводник. Тогда, объединяя точки схемы, к которым подключены амперметры, можно перерисовать ее в виде рис. 11.

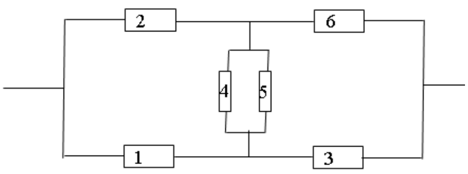


Рис. 11

Видно, что это мост Уитстона, причем сбалансированный (1:2=3:6), поэтому через перемычку ток не идет и ее можно просто убрать. В этом случае схема сводится к комбинации параллельного и последовательного соединений, и ее сопротивление оказывается равным 8/3 Ом. Тогда полный ток, текущий через источник, равен 3 А.

Т.к. на сопротивление 5 (в исходной схеме) ток не идет, то амперметр A_1 показывает ток, текущий от 2 к 6, т.е. в верхней ветви схемы рис. 11, аналогично амперметр A_2 – ток в нижней ветви. Поскольку при параллельном соединении токи делятся обратно пропорционально сопротивлениям, A_1 показывает 1 А, а A_2 – 2 А.

Ответ: 1 А, 2А

Критерии оценивания

Описан способ действия с идеальными приборами	2
Схема преобразована к виду рис. 11	2
Показано, что через 4 и 5 ток не идет[1]	2
Определен ток, текущий через источник	2
Определены токи, текущие через амперметры	2

[1] ссылки на то, что схема – сбалансированный мост, достаточно, но возможны и другие способы

9-5. Введем обозначения (см. рис. 12): H=14 м – расстояние между дорогами, a=2 м – ширина киоска, h=3 м – расстояние от пешеходной дороги до ближайшей стенки киоска. Тогда AB=H, PM=$H–h$, NM=$H–h–a$. Обозначим также x=AM (вообще говоря, в начальный момент задано расстояние AO=132 м, однако заданные в задаче числа таковы, что AM от AO отличается менее, чем на 1%, поэтому далее будем считать, что в начальный момент x=132 м).

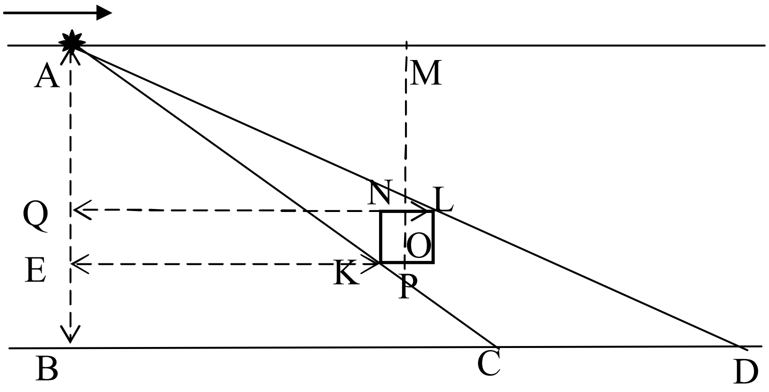


Рис. 12

Пусть машина (т.А) движется со скоростью v. Определим, с какой скоростью движутся границы тени, т.е. т. D и C. Из подобия треугольников (ABD и ALQ) $\frac{H}{H-h-a}=\frac{BD}{x+\frac{a}{2}}$, откуда BD=$(x+\frac{a}{2})\frac{H}{H-h-a}$. Таким образом, скорость изменения длины отрезка BD отличается от скорости машины в $\frac{H}{H-h-a}$ раза. Поскольку т. B движется со скоростью v, то скорость движения т. D будет равна $v_D = v\frac{h+a}{H-h-a}$=5,55 м/с.

Аналогично можно найти скорость движения т. C $v_C = v\frac{h}{H-h}$=2,72 м/с, причем обе скорости направлены влево. Т.к. скорость т. C больше скорости пешехода, она "убегает" от него и в дальнейших рассуждениях никак не используется.

Т.к. в начальный момент времени пешеход был в т. C и двигался также влево, то из тени он выйдет тогда, когда его догонит т.D, что произойдет через время CD/(v_D–$v_{пеш}$). Осталось найти отрезок CD: CD=BD–CB=$(x+\frac{a}{2})\frac{H}{H-h-a}-(x-\frac{a}{2})\frac{H}{H-h}$, что после вычислений дает 40,16 м (Обратите внимание, что хотя $a<<x$, пренебрегать им в этом соотношении нельзя, это приводит к значению 37,3 м, т.е. вносит погрешность порядка 10%.) Тогда искомое время 8,5 с.

Ответ: 8,5 с.

Критерии оценивания

Сделан рисунок с изображением границ тени	2
Определена скорость движения т.D	3
Определена скорость движения т.D	1
Определена длина отрезка CD в начальный момент	2
Получен ответ	2

10 класс

10-1. Если обезьяна кинет палку, не придав ей вращения вокруг центра масс, то палка будет двигаться поступательно и поднимется на максимальную высоту $h=h_0+v_0^2\sin^2\alpha/2g$=5,605 м. Для того, чтобы попасть по банану, нужно закрутить палку так, чтобы в момент нахождения в верхней точке траектории палка оказалась расположена вертикально, тогда ее верхний конец как раз окажется на высоте 5,605+0,4=6,005 м (т.к. центр масс движется по той же параболе), и палка ударит по банану. Для этого нужно, чтобы за время полета $t=v_0\sin\alpha/g\approx0,97$ с палка повернулась на угол π/2 (т.к. нужна минимальная угловая скорость), тогда угловая скорость $\omega=\pi/2t\approx 1{,}6$ рад/с

Ответ: 1,6 рад/с

Критерии оценивания

Найдена максимальная высота подъема центра масс	2
Найдено время подъема	2
Записано условие для определения угловой скорости	4
Получен ответ	2

10-2. Получим сначала некоторые полезные соотношения:
$l_{\mathrm{B'D}} = 240$ см, $l_{\mathrm{CB''}} = 90$ см, $l_{\mathrm{AB}} = 50$ см, $l_{\mathrm{BB'}} = 30$ см

$$l_{\mathrm{AB}} = \sqrt{l_{\mathrm{AB'}}^2 + l_{\mathrm{BB'}}^2} = 50\,\text{см};\quad \mathrm{tg}\,\alpha = \frac{l_{\mathrm{BB'}}}{l_{\mathrm{AB'}}} = \frac{3}{4};\quad \sin\alpha = \frac{3}{5};\quad \mathrm{tg}\,\beta = \frac{l_{\mathrm{CB''}}}{l_{\mathrm{BB''}}} = \frac{3}{8} = \frac{1}{2}\mathrm{tg}\,\alpha$$

(α и β – углы наклона отрезков AB и BC соответственно к горизонтали).
На участке AB дробинка движется по наклонной плоскости под действием силы F, скатывающей силы $mg\sin\alpha$ и силы трения. Результирующая сила:

$$F_{\text{рез}} = F - mg\left(\sin\alpha + \mu\cos\alpha\right)$$

Изменение кинетической энергии дробинки на участке разгона равно работе $F_{\text{рез}}$:

$$\frac{m\upsilon_0^2}{2} = F_{\text{рез}} \cdot l_{\mathrm{AB}} \to \frac{m\upsilon_0^2}{2} = \left[F - mg\left(\sin\alpha + \mu\cos\alpha\right)\right] \cdot l_{\mathrm{BB'}}/\sin\alpha\,, \tag{1}$$

где υ_0 – скорость дробинки в точке B. Из этого выражения можно найти максимальную массу дробинки, которую можно измерить (точнее, минимальную массу, которую уже не удастся измерить), что соответствует случаю равенства результирующей силы нулю:

$$F_{\text{рез}} = 0 \to F = m_{\max} g\left(\sin\alpha + \mu\cos\alpha\right) \to m_{\max} = \frac{F}{g\left(\sin\alpha + \mu\cos\alpha\right)}$$
$$m_{\max} = \frac{0{,}58g}{g\left(\frac{3}{5} + 0{,}25\cdot\frac{4}{5}\right)} = \frac{0{,}58}{0{,}8} = 0{,}725\ \text{гр} \tag{2}$$

Движение дробинки после точки B – это движение тела, брошенного под углом α к горизонту. Введём систему координат с началом в точке B. (Отметим, что высота точки относительно основания клина $h = y + l_{\mathrm{BB'}}$). Определить координаты «точки прилипания» можно двумя способами:

I. Запишем уравнения траектории дробинки и отрезка BC (начало координат – в т. B)

$$\begin{cases} y_{д} = x_{д} \cdot \mathrm{tg}\,\alpha - \dfrac{g{x_{д}}^2}{2\upsilon_0^2 \cos^2 \alpha} \\ y_{\mathrm{BC}} = x_{\mathrm{BC}} \cdot \mathrm{tg}\,\beta \end{cases}$$

В «точке прилипания» координаты совпадают. Тогда (индексы у x и y не пишем) получаем

$$x \cdot \mathrm{tg}\,\beta = x \cdot \mathrm{tg}\,\alpha - \frac{gx^2}{2\upsilon_0^2 \cos^2 \alpha} \to x \cdot \left(\mathrm{tg}\,\alpha - \mathrm{tg}\,\beta - \frac{gx}{2\upsilon_0^2 \cos^2 \alpha} \right) = 0$$

Уравнение, очевидно, имеет два корня:

$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = \dfrac{2\upsilon_0^2 \cos^2 \alpha}{g} \left(\mathrm{tg}\,\alpha - \mathrm{tg}\,\beta \right) = \dfrac{2\upsilon_0^2 \cos^2 \alpha}{g} \cdot \dfrac{\mathrm{tg}\,\alpha}{2} = \dfrac{\upsilon_0^2}{g} \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha \end{cases}$$

Откуда

$$\begin{cases} x_2 = \dfrac{\upsilon_0^2}{g} \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha \\ y_2 = x_2 \,\mathrm{tg}\,\beta = \dfrac{\upsilon_0^2}{2g} \cdot \sin^2 \alpha \end{cases} \qquad (3)$$

II. Из условия tgα = 2tgβ нетрудно получить, что траектории дробинок пересекаются с отрезком ВС всегда в своей верхней точке (см. решение задачи 9-1). Используя условия равенства нулю вертикальной скорости и высоты подъёма, снова получаем выражения (3).

Комбинируя (1), (2) и (3), получаем

$$\begin{aligned} &\frac{\upsilon_0^2}{2g} = \left[\frac{F}{mg} - \left(\sin\alpha + \mu \cos\alpha \right) \right] \cdot \frac{l_{\mathrm{BB'}}}{\sin\alpha} \\ &h - l_{\mathrm{BB'}} = \left[\frac{F}{mg} - \left(\sin\alpha + \mu \cos\alpha \right) \right] \cdot \sin\alpha = \left[\frac{m_{\max}}{m} - 1 \right] \cdot l_{\mathrm{BB'}} \cdot \left(\sin\alpha + \mu \cos\alpha \right) \cdot \sin\alpha \\ &\frac{h}{l_{\mathrm{BB'}}} = \left[\frac{m_{\max}}{m} - 1 \right] \cdot K + 1 \\ &K = \left(\sin\alpha + \mu \cos\alpha \right) \cdot \sin\alpha = \frac{12}{25} \end{aligned} \qquad (4)$$

Тогда

$$\frac{m}{m_{\max}} = \left\{ \frac{25}{12}\left(\frac{h}{l_{\mathrm{BB'}}} - 1 \right) + 1 \right\}^{-1} = \frac{0,48}{\frac{h}{l_{\mathrm{BB'}}} - 0,52} \qquad (5)$$

Дробинка минимальной массы попадёт в точку С, при этом $h = l_{\mathrm{CD}}$. Тогда из (4) получаем

$$\frac{m_{\min}}{m_{\max}} = \frac{0,48}{\frac{l_{\mathrm{CD}}}{l_{\mathrm{BB'}}} - 0,52} = \frac{0,48}{4 - 0,52} = \frac{0,48}{3,48} = \frac{1}{7,25} \qquad (6)$$

т.е. $m_{\min}$=0,1 г.

Ответ: максимальная масса 0,725 г, минимальная 0,1 г, связь высоты т. прилипания с массой дробинки определяется формулой (5).

Критерии оценивания

Получено выражения для скорости дробинки в т. В	2
Определена максимальная масса	2
Получена связь высота прилипания с массой	4
Определена минимальная масса	2

10-3. Нагрев и таяние льда происходит за счет теплообмена с теплым воздухом комнаты. Мощность этого теплообмена пропорциональна разности температур льда и воздуха. Эта разность мало отличается при нагреве льда от $t_1 = -2°C$ до $t_2 = -1°C$ и в процессе таяния льда при 0°С. Поэтому мощность теплообмена можно считать одинаковой в этих процессах. Отсюда получаем два уравнения теплового баланса:

$$\begin{cases} cm\Delta t = N\tau_x, \\ m\lambda = N\tau. \end{cases},$$

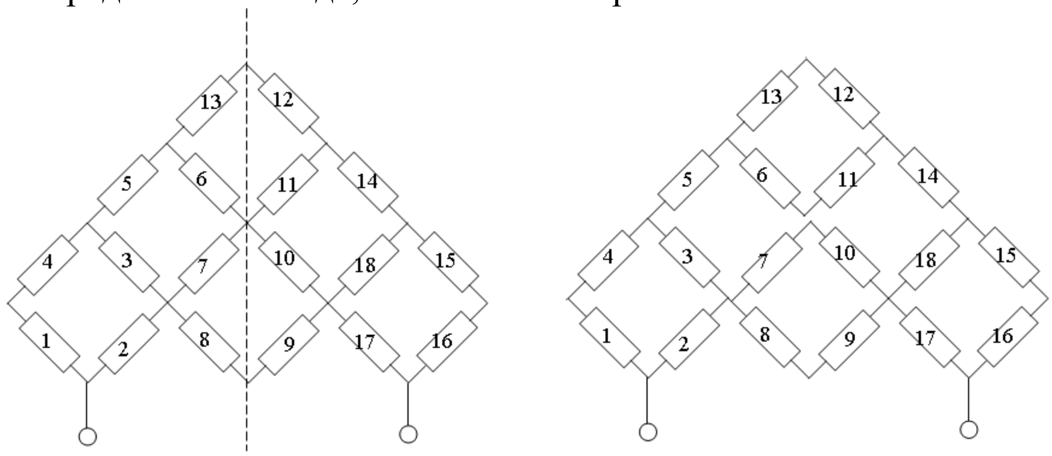
Поделив первое уравнение на второе, находим неизвестное время нагрева $\tau_x = \tau \frac{c\Delta t}{\lambda} = 600 \frac{2{,}1 \cdot 10^3 (-1 - (-2))}{330 \cdot 10^3} = 3{,}8$ секунд

Ответ: 3,8 с.

Критерии оценивания

Записано уравнение теплового баланса для плавления льда	3
Записано уравнение теплового баланса для нагрева льда	3
Обосновано, что мощности можно считать одинаковыми	2
Получен ответ	2

10-4. Заметим, что при отражении относительно показанной на рис.13а пунктирной линии схема переходит сама в себя, а полярность подключения меняется на противоположную. Поэтому в элементах, расположенных симметрично относительно этой линии, будут течь одинаковые токи. В частности, одинаковые токи будут течь в резисторах 6 и 11 и в резисторах 7 и 10. Поэтому узел, соединяющий резисторы 6,7,10 и 11, можно разделить на два (см. рис. 13б). Такую схему, использую законы параллельного и последовательного соединения, несложно представить в виде, показанном на рис. 14.



а) Рис. 13 б)

В соответствии с соображениями симметрии и первым законом Кирхгофа токи, текущие через элементы, будут удовлетворять показанным на рис. 14 соотношениям.

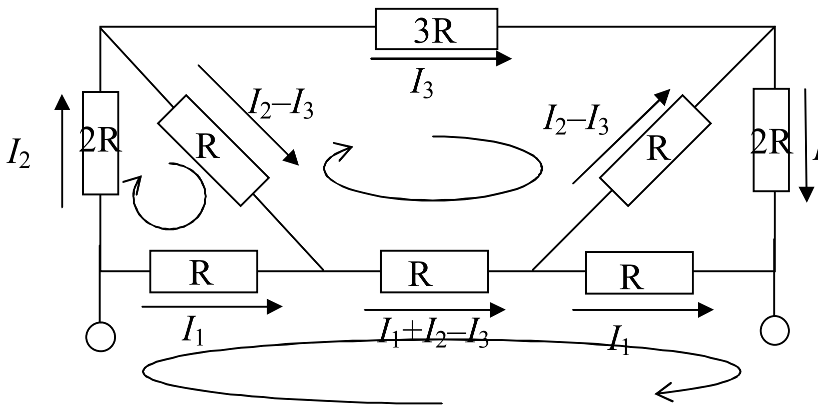


Рис.14

Тогда, полагая, что к клеммам приложено напряжение U, и записывая второй закон Кирхгофа для отмеченных на рис. контуров, получим систему уравнений

$$3I_1+I_2-I_3=U/R$$
$$2I_2+I_2-I_3=I_1$$
$$3I_3=3I_2-3I_3+I_1$$

Решая полученную систему, несложно найти $I_1=15/46U/R$, $I_2=7/46U/R$, тогда полный ток, текущий через источник, составляет $11/23U/R$, следовательно, полное сопротивление схемы составляет $23/11R$.

Ответ: $23/11\ R$.

Критерии оценивания

Схема сведена к рис. 14	4
Записана система уравнений, позволяющая найти ток, текущий через источник	3
Получен ответ	3

Указания проверяющему: 1. Приведенное решение не является единственным. Однако любое решение будет включать комбинацию преобразования схемы с использованием симметрии и расчета сопротивления преобразованной схемы с использованием законов Кирхгофа (теоретически, при достаточном терпении первой части можно избежать). При оценке решений баллы за преобразование следует начислять пропорционально степени произошедшего упрощения схемы, используя указанный в решении случай как точку отсчета. При оценке рас-

чета по законам Кирхгофа баллы за составление системы уравнений и ее решение должны быть равны (при этом при неверно составленных уравнениях баллы за решение не начисляются).
2. Не следует требовать подробного обоснования преобразований с использованием симметрии, приведенное в решении обоснование представляет собой пример достаточно подробного для выставления полного балла.
3. Следует иметь в виду, что метод "сложения" схемы относительно пунктирной прямой принципиально неверен, поскольку симметрией в этом случае обладает только структура схемы, но не распределение потенциала в ней. Соответствующие решения следует оценивать как полностью неверные (т.е. в 1 балл).

10-5. Поскольку собирающая линза всегда дает ровно одно изображение предмета, то условие задачи будет выполнено, если это изображение не будет отражаться в зеркале, т.е. если лучи, прошедшие через линзу, не будут попадать на зеркало. Это условие не будет выполнено, если источник находится ближе к линзе, чем F, поскольку в этом случае пучок после линзы расходится, и лучи обязательно на зеркало попадут. Поэтому далее будем полагать, что источник находится дальше, чем F, от линзы.

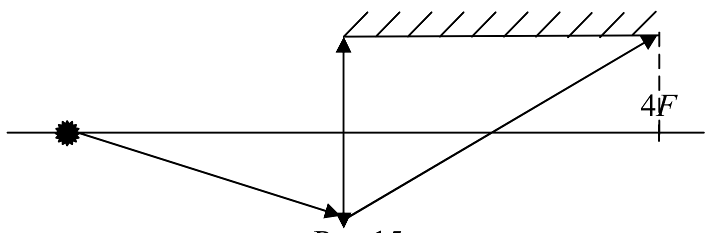


Рис.15

Т.к. в этом случае после линзы мы имеем сходящийся пучок, то наибольший угол с главной оптической осью будет образовывать луч, прошедший через край линзы. Граничной ситуацией является попадание этого луча на дальний край зеркала (см. рис. 15). Несложно видеть, что в этом случае луч пересекает главную оптическую ось на расстоянии $2F$ от линзы, там и находится изображение. Тогда источник также находится на расстоянии $2F$ от линзы. При удалении источника от линзы изображение будет приближаться к ней и крайний луч будет попадать на зеркало, при приближении источника к линзе изображение будет удаляться и луч на зеркало не попадет. Поэтому ровно одно изображение будет в том случае, когда расстояние от источника до линзы меньше $2F$, но больше F.

Ответ: от F до $2F$.

Критерии оценивания

Идея о том, что для выполнения условий задачи изображение предмета в линзе не должно отражаться в зеркале	3
Найдена нижняя граница интервала	3
Найдена верхняя граница интервала	4

Указание проверяющему: представленное авторское решение является лишь одним из большого количества возможных.

11 класс

11-1. Скорость мешка представим в виде параллельной и перпендикулярной наклонной плоскости составляющих: $v_{\parallel} = v\cos\alpha$ и $v_{\perp} = v\sin\alpha$. Удар о наклонную плоскость абсолютно неупругий, и поэтому перпендикулярная составляющая импульса $mv_{\perp}$ полностью исчезнет, но при этом возникнет сила N', перпендикулярная наклонной плоскости. Тогда

$$\Delta p_{\perp} = N'\Delta t = mv_{\perp},$$

где Δt – время соударения. Дополнительная сила нормального давления в результате действия силы трения за время Δt изменит и параллельную наклонной плоскости составляющую импульса мешка.

$$mv_{\parallel} = \mu N'\Delta t = \mu mv_{\perp}.$$

Дальнейшее движение мешка вдоль наклонной плоскости будет происходить с начальной скоростью $v_{\parallel} - \mu v_{\perp} = v(\cos\alpha - \mu\sin\alpha)$.

В результате кинетическая энергия мешка пойдёт на увеличение его потенциальной энергии и работу против силы трения на пути $s = h/\sin\alpha$:

$$v^2(\cos\alpha - \mu\sin\alpha)^2 = 2\left(mgh - \frac{\mu mgh\cos\alpha}{\sin\alpha}\right),\ h = \frac{v^2}{2g}\frac{(\cos\alpha - \mu\sin\alpha)^2}{1+\mu\cdot\mathrm{ctg}\,\alpha}.$$

Ответ: $h = \dfrac{v^2}{2g}\dfrac{(\cos\alpha - \mu\sin\alpha)^2}{1+\mu\cdot\mathrm{ctg}\,\alpha}$.

Критерии оценивания

Указано, что удар мешка о стенку будет неупругим, т.е. нормальная к стенке составляющая импульса исчезнет	2
Рассчитана нормальная к стенке составляющая импульса	2
Записана связь силы реакции и силы трения во время удара	2
Определено изменение касательной к плоскости составляющей импульса мешка за время удара	2
Получена высота подъема	2

11-2. Давление упругой резиновой оболочки и ее упругая энергия могут быть определены по аналогии с эффектами поверхностного натяжения, поэтому далее будет полагать, что "коэффициент поверхностного натяжения" оболочки шарика равен σ.

По формуле Лапласа разность давлений внутри и снаружи упругой оболочки обратно пропорциональна ее радиусу $\Delta p=2\sigma/R$. Тогда давление внутри шарика, находящегося в вакууме, равно $p=2\sigma/R$, а внутренняя энергия содержащегося в нем газа $U_0 = \frac{3}{2}pV = \frac{3}{2}\frac{4}{3}\pi R^3\frac{2\sigma}{R} = 4\sigma\pi R^2$ (1)

При нагреве газа в находящемся в вакууме шарике энергия тратится на увеличение внутренней энергии газа $\Delta U = 4\sigma\pi(R_2^2 - R_1^2) = 12\pi\sigma R^2$ и работу против сил упругости оболочки, которая равна изменению ее внутренней энергии $4\pi\sigma(4R^2-R^2)=12\ \pi\sigma R^2$.Таким образом, для нагрева потребуется $Q_1=24\pi\sigma R^2=6U_0$

В шарике, находящемся в атмосфере, давление равно $p_0+2\sigma/R$, поэтому внутренняя энергия газа в нем $U_0 = \frac{3}{2}pV = \frac{3}{2}\frac{4}{3}\pi R^3(p_0 + \frac{2\sigma}{R}) = 4\sigma\pi R^2 + 2\pi R^3 p_0$ (2). При нагреве энергия будет тратиться на увеличение внутренней энергии, работу против сил упругости оболочки (которая вычисляется так же, как и для шарика в вакууме) и работу против силы атмосферного давления. Последнюю проще всего вычислить как работу над газом атмосферы. Для газа атмосферы процесс является изобарным, поэтому эта работа определяется как $p_0\Delta V=28p_0R^3/3$. Тогда $Q_2=4\pi\sigma\cdot 3R^2+2\pi p_0\cdot 7R^3+4\pi\sigma\cdot 3R^2+28p_0R^3/3=6U_0+70p_0R^3/3$. Обратите внимание, что "добавка" к теплоте по сравнению со случае расширения в вакууме в точности совпадает с теплом, необходимом для изобарного расширения газа при постоянном давлении p_0.

Ответ: $6U_0$, $6U_0+70p_0R^3/3$

Критерии оценивания

Записано выражение для разности давлений внутри и снаружи шарика	2
Записано выражение (1) или аналогичное ему	1
Определена работа при расширении газа в шарике в вакууме	1
Получен ответ на первый вопрос	1
Записано выражение (2) или аналогичное ему	1
Определена работа при расширении газа в шарике в атмосфере	3
Получен ответ на второй вопрос	1

11-3. Пусть V – объемный расход воды в речке. В соответствии с определением КПД тепловой машины $\eta=A/Q_н$, тогда $Q_х=Q_н-A=A(1-\eta)/\eta$. Поскольку КПД много меньше единицы, далее будем полагать, что $Q_х=A/\eta$, тогда в речку выбрасывается тепловая мощность $P_х=P_{пол}/\eta$. В соответствии с уравнением теплового баланса $c\rho V\Delta T= P_х$, откуда $\Delta T= P_{пол}/(\eta c\rho V)=1{,}2$°С.

Ответ: на 1,2 °С. Допускается округление до целых.

Критерии оценивания

Получена связь отдаваемой в речку тепловой мощности с полезной	4
Записано уравнение теплового баланса	4
Получен ответ	2

11-4. Движение частицы между пластинами определяется уравнением движения

$$m\vec{a}=m\vec{g}+q\vec{E}\,,$$

где m, a, q – масса, ускорение и заряд частицы, соответственно; $E= U/d$ – напряжённость электрического поля между пластинами.

В проекциях на оси координат (начало в точке А, ось Оy направлена вверх)

$$\begin{cases} a_x=0 \\ a_y=-g\pm\dfrac{q}{m}\dfrac{U}{d} \end{cases}$$

Таким образом, движение частицы происходит так же, как движение тела, брошенного под углом к горизонту, но с «эффективным» ускорением свободного падения:

$$g_{\text{eff}}=g\left(1\pm\frac{q}{m}\frac{U}{gd}\right)$$

Очевидно, g_{eff} может быть меньше, равно или больше g, в том числе и равно 0. В последнем случае частица движется между пластинами по инерции с постоянной скоростью, равной скорости в точке А.
Траектория частицы описывается уравнением

$$y = x \cdot \operatorname{tg}\alpha - \frac{g_{\text{eff}} x^2}{2\upsilon_0^2 \cos^2\alpha}$$

Если конденсатор не заряжен, то (поскольку середина ВС – верхняя точка траектории, т.к. скорость в ней направлена горизонтально!)

$$\upsilon_0 \sin\alpha = \frac{gL}{\upsilon_0 \cos\alpha} \to \upsilon_0^2 \sin\alpha \cos\alpha = gL \qquad (1)$$

Если положительно заряжена верхняя пластина, то в формуле для g_{eff} нужно выбрать знак "+". Тогда

$$0 = L \cdot \operatorname{tg}\alpha - \frac{g_{\text{eff}_1} L^2}{2\upsilon_0^2 \cos^2\alpha} \to \operatorname{tg}\alpha = \frac{g_{\text{eff}_1} L}{2\upsilon_0^2 \cos^2\alpha} \to 2\upsilon_0^2 \sin\alpha \cos\alpha = g_{\text{eff}_1} L \qquad (2)$$

Из (1) и (2) следует

$$g_{\text{eff}_1} L = 2gL \to 1 + \frac{q}{m}\frac{U}{gd} = 2 \to \frac{q}{m}\frac{U}{gd} = 1 \qquad (3)$$

Но тогда

$$g_{\text{eff}_2} = 1 - \frac{q}{m}\frac{U}{gd} = 0$$

и

$$d = L \cdot \operatorname{tg}\alpha - \frac{0 \cdot L^2}{2\upsilon_0^2 \cos^2\alpha} \to \operatorname{tg}\alpha = \frac{d}{L} \qquad (4)$$

Из (1) и (4)

$$\upsilon_0^2 \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\alpha}} \frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\alpha}} = gL \to \upsilon_0^2 \frac{\operatorname{tg}\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha} = gL \to \upsilon_0^2 = gL \left\{ \frac{d/L}{1+(d/L)^2} \right\}^{-1}$$

$$\upsilon_0^2 = g \cdot d\left(1 + (L/d)^2\right) \qquad (5)$$

Ответ: $\operatorname{tg}\varphi = \dfrac{d}{L}$; $\upsilon_0 = \sqrt{gd\left(1+\left(\dfrac{L}{d}\right)^2\right)}$; $\dfrac{q}{m} = \dfrac{gd}{U}$

Критерии оценивания

Получено выражение для ускорения частицы	1
Записано выражение (1) или аналогичное	2
Записано выражение (2) или аналогичное	2
Показано, что при положительно заряженной нижней пластине ускорение равно 0	2
Найдена начальная скорость частицы	1
Найден угол, который она образует с пластиной	1
Найдено отношения заряда к массе	1

11-5. Луч, идущий через оптический центр линзы, не преломляется. Соединим прямыми вершины треугольника и изображения. Получим 9 прямых, из которых нам нужно выбрать три, пересекающиеся в одной точке (на рис. 16 отмечены красным), которая и будет оптическим центром линзы.

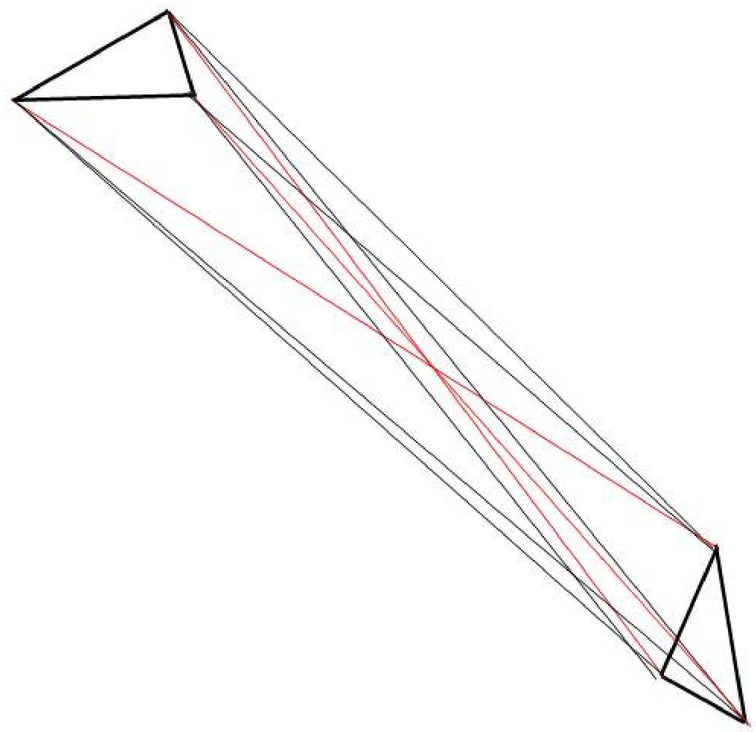


Рис. 16

Лучи, идущие вдоль сторон треугольника, должны, как и любые другие лучи, преломляться на линзе. Построим продолжения сторон треугольника и их изображений, определим их точки пересечения, соединяющая их прямая и будет давать положение линзы (рис. 17). Заметим, что в пределах рисунка пересекаются продолжения только двух сторон, но этого достаточно для построения линзы. Определенный ранее оптический центр должен попасть на эту прямую. (При реальном построении возможны небольшие отклонения).

Дальнейшее построение тривиально: главная оптическая ось строится как перпендикуляр к линзе в оптическом центре, а положение фокусов восстанавливается, например, при помощи построения хода луча, параллельного главной оптической оси, для любой из вершин треугольника (рис. 18).

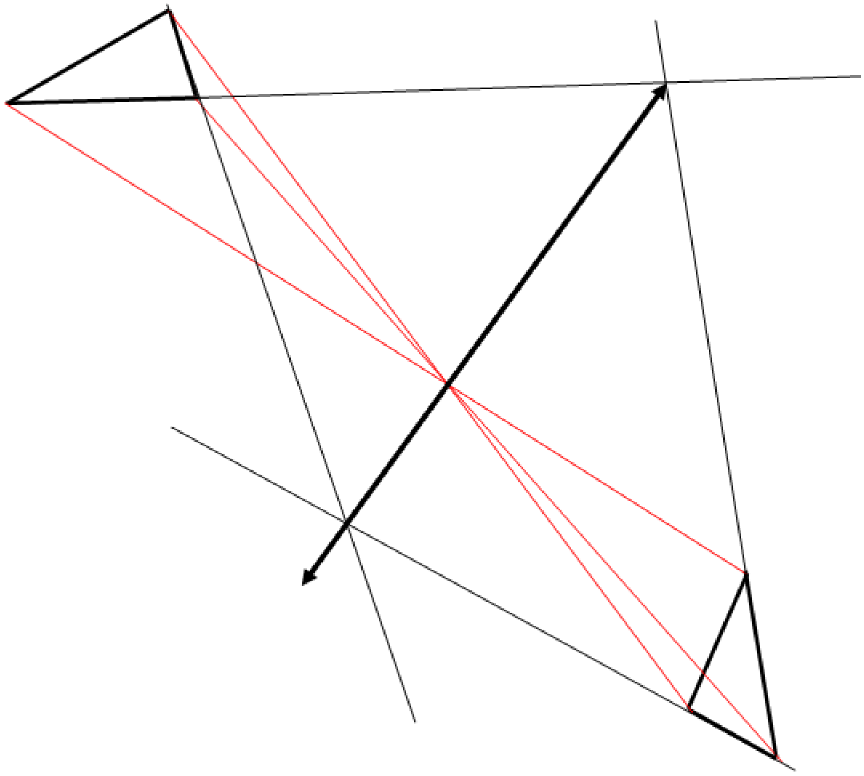


Рис. 17

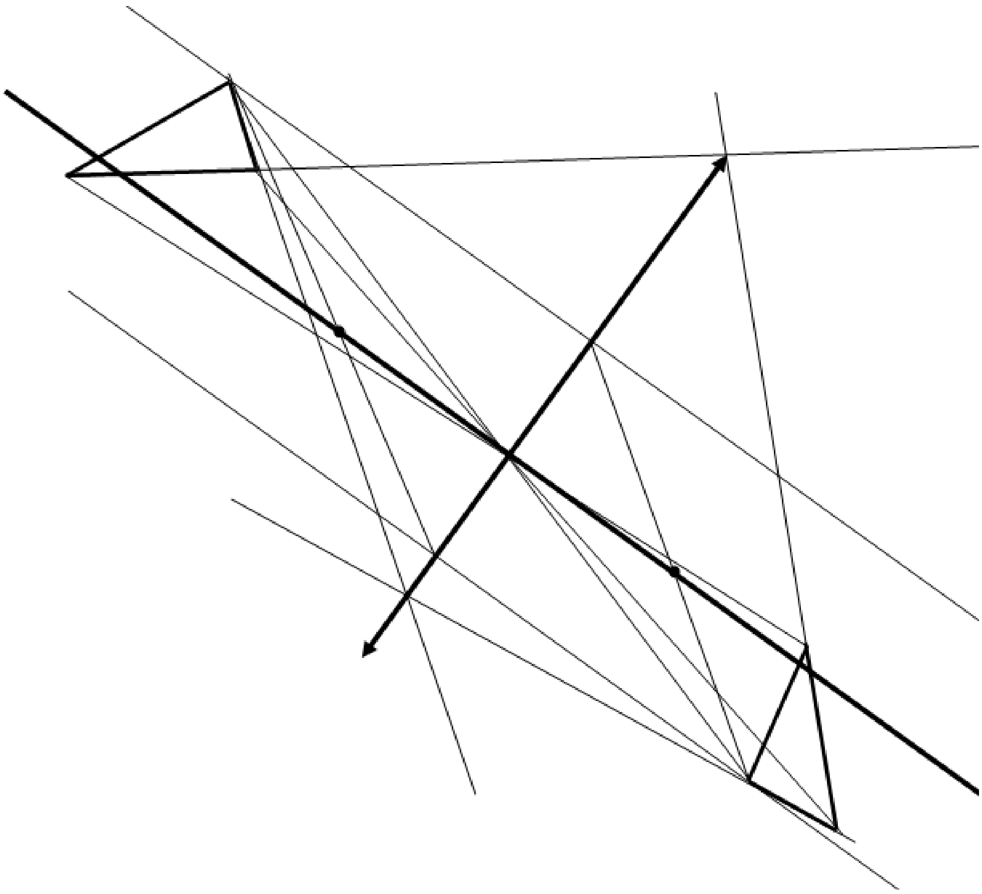


Рис. 18

Ответ: см. рис. 18

Критерии оценивания

Построен оптический центр линзы	4
Построена плоскость линзы	4
Построена главная оптическая ось	1
Построены фокусы	1

Указание проверяющему: 1. Не следует требовать детального объяснения техники выполнения циркулем и линейкой стандартных построений (построение перпендикуляра к прямой, деление отрезка пополам, деление угла пополам), а также тривиально сводящихся к ним (например, построение прямой, параллельной данной). Указания вида "построим перпендикуляр к данной прямой в данной точке" достаточно.

2. Не следует требовать реального проведения построений именно циркулем и линейкой, поскольку не у всех участников может быть циркуль. Так, следует засчитывать построение перпендикуляра, выполненное при помощи треугольника либо "на глаз", если оно позволяет определить нужные точки с разумной погрешностью.

3. При оценивании построений бóльшую (~75%) часть баллов необходимо начислять за описание метода построения и его обоснование, а оставшуюся – за реализацию этого построения на рисунке. Построение при отсутствии пояснений и обоснования не оценивается.