Саратовский государственный университет
имени Н.Г.Чернышевского

МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ И ПРОВЕДЕНИЯ МУНИЦИПАЛЬНОГО ЭТАПА XLVII ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ ПО ФИЗИКЕ

Саратов
2012 г

Комплект заданий подготовлен методической комиссией по физике

Координаты для связи (Савин Алексей Владимирович):
E-mail: AVSavin@rambler.ru с пометкой «Олимпиада» в теме письма
Адрес: 410012, Саратов, ул. Астраханская, 83, СГУ, ФНП, Савину А.В.

Авторы задач

7 класс	8 класс	9 класс	10 класс	11 класс
1. В.Н. Шевцов 2. В.Н. Шевцов 3. А.А. Князев	1. В.Н. Шевцов 2. А.А.Князев 3. В.Н. Шевцов 4. А.В. Савин	1. Д.В. Савин 2. М.Д. Матасов 3. М.М. Стольниц 4. В.П. Вешнев 5. А.А. Князев	1. А.А. Князев 2. А.В. Савин 3. М.М. Стольниц 4. Д.В. Савин 5.А.А. Князев	1. А.А. Князев 2. В.П. Вешнев 3. А.А. Князев 4. А.А. Князев 5. А.В. Савин

Председатель методической комиссии: С.Б. Вениг.

Члены методической комиссии: В.П. Вешнев, А.А. Князев, М.Д. Матасов, М.И. Перченко, А.В. Савин (зам. председателя), Д.В. Савин, М.М. Стольниц, В.Н. Шевцов.

Общая редакция и подготовка оригинал-макета – А.В. Савин

Подписано в печать 27 ноября 2012 г. в 00.59.

Условия задач

7 класс

1. «Меткий щелчок»

Находящийся у борта коробки хоккеист посылает шайбу к противоположному борту строго перпендикулярно к нему и сразу же едет вслед за шайбой. Ровно на середине поля он встречается с шайбой, отскочившей от противоположного борта. Определите, во сколько раз скорость шайбы больше скорости хоккеиста, если они двигались с постоянными скоростями, а при ударе о борт величина скорости шайбы не изменилась.

2. «Вытеснение воды»

Сосуд объемом 1 л заполнен водой на три четверти. Когда в него аккуратно погрузили кусок меди, уровень воды поднялся и часть ее, объемом 100 мл, вылилась через край. Найдите массу куска меди. Плотность меди 8,9 г/см^3.

3. «Графен»

Если провести мягким стержнем простого карандаша по бумаге, то атомные слои графита отделяются друг от друга и остаются на поверхности в виде черного следа – пленки толщиной около 0,25 нм (1 нм = 10^{-9} м). Если зачертить таким образом поверхность, а затем суметь аккуратно отделить полученную пленку от бумаги, то получится графен – новый материал, за открытие и исследование которого в 2010 году была присуждена Нобелевская премия по физике. Оцените, какой площади солнечный графеновый парус для космического корабля можно изготовить из стержня одного карандаша длиной 17 см, если площадь поперечного сечения стержня 4 мм^2. Какую массу будет иметь этот парус? Плотность графита 2300 кг/м^3.

Указание: объем стержня равен произведению его площади поперечного сечения на длину

8 класс

1. «Винни-Пух идет в гости»

Однажды Винни–Пух и Пятачок отправились от дома Винни–Пуха на очередной день рождения ослика Иа. Винни был занят сочинением поздравительной кричалки и шел неторопливо, а Пятачок на своем велосипеде поехал к ослику. Через три минуты он был у цели, поздравил именинника, отдохнул одну минуту и через три минуты возвратился к дому Винни–Пуха. Отдохнув там минуту, он продолжил свои заезды в прежнем режиме. В конце концов Пятачок оказался у ослика одновременно с Винни–Пухом. Во сколько раз быстрее Винни-Пуха перемещался Пятачок, если за все время движения он проезжал мимо него пять раз (не считая старта и финиша)?

2. «Кругосветный полет»

Самолёт, вылетев из пункта, расположенного на экваторе, облетает Землю по экватору с востока на запад. Пилот летит только в светлое время суток: вылетает точно в момент восхода солнца, а с заходом приземляется и отдыхает. Какова скорость самолёта, если пилот возвратился в пункт вылета в момент восьмого захода солнца? Длина экватора 40 тыс. км, самолет летит с постоянной скоростью.

3. «Затопленная пещера»

В скале, примыкающей к морю, имеется пещера, вход в которую затоплен (см. рис.1). Глубина моря у входа в пещеру 5 метров, а уровень воды в пещере на 1 метр ниже. Определите давление воздуха в пещере. Атмосферное давление 100000 Па.

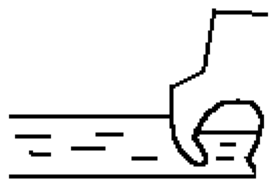

Рис. 1

4. «В гостях у Кролика»

Однажды Кролик решил попить чаю. Он налил в чайник ковшик воды и поставил его на плиту. Через 3 минуты после этого в дверь постучали, и появился Пятачок. Кролик тут же долил в чайник еще один такой же ковшик воды. Однако еще через 3 минуты появился Винни-Пух, и Кролику пришлось налить в чайник еще один ковшик. Сколько времени придется Винни-Пуху ждать закипания воды, если один ковшик закипает за 9 минут, а теплоемкостью чайника и потерями тепла можно пренебречь. Начальная температура доливаемой воды равна 10ºС. Чайник большой и вмещает больше трех ковшиков воды.

9 класс

1. «О модернизации городского электротранспорта»

Общежитие Университета Городского Транспорта соединено с главным зданием трамвайной линией протяжённостью 9 км, по которой со скоростью 30 км/ч курсируют несколько трамваев. Ректорат объявил о сборе предложений по улучшению работы линии. Было представлено два варианта: группа студентов предложила провести модернизацию трамвайных путей таким образом, чтобы максимальная скорость трамвая увеличилась до 40 км/ч, а управление материального обеспечения – вместо этого приобрести ещё один трамвай, т.к. интервал движения в этом случае уменьшится на такую же величину, а расходов потребуется меньше. Сколько трамваев курсирует по линии? Сколько в среднем будет занимать у студентов дорога от общежития до университета в случае реализации каждого из предложений? Считайте, что трамвай не останавливается нигде, кроме конечных станций, и по прибытии на конечную станцию сразу же отправляется в следующий рейс.

Указание: Среднее время, затрачиваемое студентом на дорогу, можно рассчитать как среднее арифметическое максимального и минимального времени.

2. «В погоне за фрегатом»

Преследуя в тумане английский боевой фрегат, капитан Джек Воробей узнал от чаек, что фрегат находится на расстоянии 10 миль от него в азимуте 330º и движется в направлении зюйд-вест-вест (азимут 240º) со скоростью 15 узлов. Каким курсом должна двигаться «Черная Жемчужина» капитана, чтобы, не меняя курса, внезапно, как снег на голову, выпасть из тумана прямо на корабль англичан? Как быстро «Чёрная Жемчужина» настигнет британский корабль? Скорость «Черной Жемчужины» 30 узлов.

Примечание: 1 узел – морская единица скорости, равен одной миле в час. Азимут – угол, который направление на объект составляет с направлением на север, отсчитывается по ходу часовой стрелки. Например, азимут 270º отвечает направлению на запад.

3. «Куб в кубе»

В бассейн с водой, имеющий форму куба, опускают куб, ребро которого в два раза меньше стороны бассейна. В равновесии куб наполовину выступает из воды, а вода в бассейне доходит ровно до половины стенок. Какая часть куба будет выступать из воды, если все линейные размеры (бассейна и куба), а также объём воды, залитой в бассейн, увеличить вдвое? Куб располагается так, что его грани параллельны граням бассейна, а отношение массы куба к его объему сохраняется при увеличении размеров.

4. «Кузнец»

Для закалки изделия кузнец раскалил его в горне и бросил в ванну с водой, имеющей температуру 80ºС. Через некоторое время кузнец обнаружил, что уровень воды в ванной по сравнению с исходным не изменился, а вода разогрелась до кипения. До какой температуры раскалил кузнец изделие в горне, если первоначально масса воды в ванне была равна массе стального изделия? Удельная теплоёмкость воды 4187 Дж/(кг·ºС), удельная теплоёмкость стали 460 Дж/(кг·ºС), удельная теплота парообразования воды $2{,}26\cdot10^6$ Дж/кг, плотность стали $7{,}80\cdot10^3$ кг/м^3, плотность воды 10^3 кг/м^3

5. «Электрическая машина Земли»

Каждую секунду в мире возникает около 100 молний средней длительностью по 2 мс. При этом среднее напряжение в канале молнии оценивается как 10 МВ, а заряд, переносимый одной молнией, примерно равен 40 Кл. В 1892 г Николо Тесла предложил использовать энергию, генерируемую этой "электрической машиной" планеты. Оцените мощность такой "машины" и сравните её с совокупной мощностью современных электростанций мира, если среднее годовое энергопотребление составляет сегодня $15\cdot10^{12}$ кВт·час.

10 класс

1. «Летающая тарелка»

Летающая тарелка одновременно движется поступательно и вращается вокруг оси, проходящей через ее центр перпендикулярно ей. В некоторый момент скорости двух концов некоторого ее диаметра оказались сонаправленными и равными 246 м/с и 1000 м/с. Определите скорость и частоту вращения тарелки, если её диаметр равен 60 м.

2. «Опасные игры обезьян»

В джунглях Амазонки к расположенному высоко над полной голодных крокодилов заводью прочному горизонтальному суку прикреплена легкая прочная упругая лиана (рис. 2). Если лиана свисает с сука, то ее длина равна L, а нижний конец не достает до поверхности воды. Обезьянки, зажав в лапах нижний конец лианы, отходят по суку на расстояние L от точки крепления лианы, и прыгают с него, держась за свободный конец лианы. Если обезьянка не отталкивается от сука, то минимальное расстояние от нее до воды в процессе полета составляет 2/3 расстояния от поверхности воды до конца свободно свисающей лианы, при этом максимальное удлинение лианы во время движения составляет $1/9\,L$. Определите, с какой максимальной скоростью может оттолкнуться от сука обезьянка, если она не хочет попасть в зубы крокодила. Считайте, что скорость обезьянки при отталкивании направлена вертикально вниз, масса лианы много меньше массы обезьянки, лиана подчиняется закону Гука, сопротивлением воздуха и трением лианы о сук можно пренебречь, крокодилы из воды не выпрыгивают.

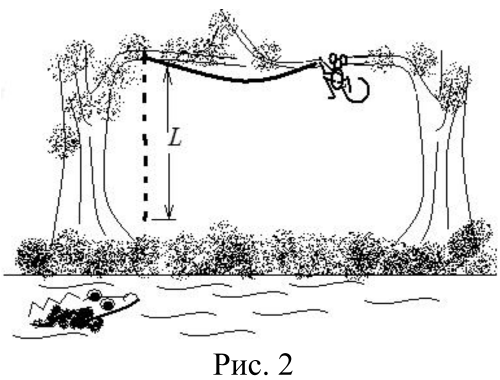

Рис. 2

3. «Стакан вверх дном»

В открытом сосуде с ртутью плавает вниз дном цилиндрический стакан, погрузившись ровно наполовину (по высоте). Когда его вынули из сосуда, перевернули вверх дном и снова опустили плавать (аккуратно поддерживая в вертикальном положении), он погрузился на 2/3 высоты. Чему равна высота стакана, если висящий на стене лаборатории барометр показывает 750 миллиметров ртутного столба? Давлением паров ртути, толщиной стенок и дна стакана пренебречь.

4. «Электрочасы»

Винтик и Шпунтик изготовили оригинальные часы: на их циферблате по окружностям, описываемым концами часовой и минутной стрелок, проложены две неизолированные проволоки. Часовая и минутная стрелки сделаны из таких же проволок, однако заизолированы по всей длине, кроме концов и места прикрепления к оси. К проволочным окружностям в их верхних точках подключены последовательно источник постоянного напряжения 10 В и идеальный амперметр (см. рис.3). Когда часы показывают ровно 3 часа, амперметр показывает 10 мА. Каковы будут показания амперметра, когда на часах будет 6 часов ровно? Часовая стрелка в 2 раза короче минутной.

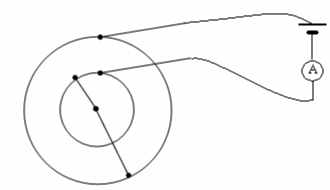

Рис. 3

5. «Самолет без тени»

На какой минимальной высоте должен лететь самолёт со средним размером 10 м, чтобы не создавать тени при освещении его солнцем, находящимся в зените? Угловой размер солнца $0{,}5^{\circ}$

Примечание: угловым размером объекта называют угол, который составляют направления из данной точки на две крайние точки объекта.

11 класс

1. «Разрыв сцепки»

Два тела массами M_1 и M_2 расположены на гладкой поверхности и связаны нитью, выдерживающей натяжение T_0. К этим телам одновременно приложены противоположно направленные силы, нарастающие со временем по законам $F_1=kt$ и $F_2=2kt$ (рис. 4). Через какое время нить порвётся? Первоначально нить не провисает.

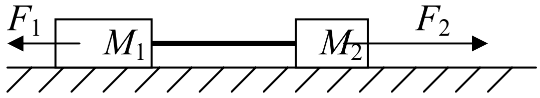

Рис. 4

2. «Клин под дождем»

На гладкой горизонтальной поверхности стоит клин с углом наклона к горизонту 30° и длиной наклонной плоскости 1,6 м, упирающийся основанием в вертикальную стенку (рис. 5). На него непрерывно сыпется «дождь» из мелких дробинок массой 0,1 г каждая, падающих вертикально с постоянной скоростью 2 м/с, при этом на каждый квадратный сантиметр горизонтальной поверхности падает одна дробинка в секунду. Считая столкновения дробинок с наклонной плоскостью клина абсолютно упругими, пренебрегая трением дробинок о воздух и их столкновениями друг с другом, определите давление, которое клин оказывает на вертикальную стенку. Ускорение свободного падения примите равным 10 м/с^2.

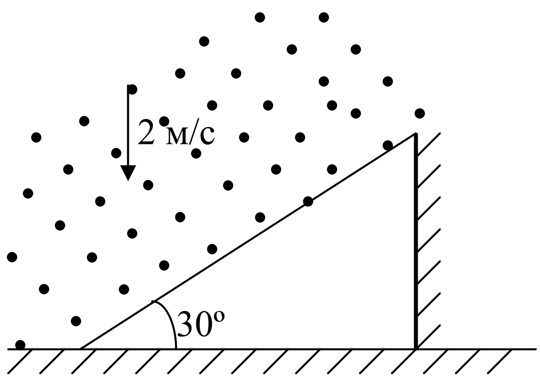

Рис. 5

3. «Работа цикла»

С двумя молями гелия совершили циклический процесс 1-2-3-1 (см. рис. 6), в котором участок 2-3 – процесс с постоянной молярной теплоемкостью $C=R/2$, участок 3-1 – изотерма. Определите работу, совершённую газом в этом цикле, если количество теплоты, отданное на участке 3-1, равно Q, а разность максимальной и минимальной температур цикла ΔT.

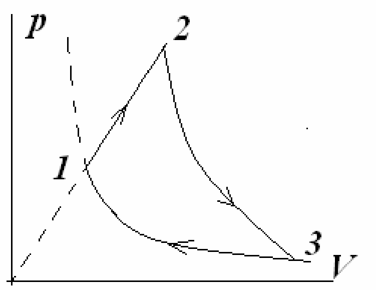

Рис. 6

4. «Как поделится энергия?»

Конденсатор емкостью 1000 мкФ, заряженный до напряжения 200 В, подключают к двум соединённым параллельно резисторам с сопротивлениями

50 Ом и 75 Ом. Какое количество энергии выделится в первом резисторе в результате полного разряда конденсатора?

5. «Надломленная линза»

Тонкую собирающую линзу диаметром D с фокусным расстоянием F аккуратно распилили пополам по плоскости, содержащей главную оптическую ось, и каждую из полученных половинок повернули на угол α относительно «старого» положения (см. рис. 7). Полученный «угол» вставили в отверстие в непрозрачном экране и освещают широким параллельным пучком света, идущим параллельно оси симметрии «угла». На расстоянии F от его вершины перпендикулярно его линии симметрии и направлению падающего пучка расположили линейку. Определите размер освещенной области на ней. Считайте, что линза столь тонкая, что влиянием «щели» в ней, образовавшейся в результате наклона половинок, можно пренебречь.

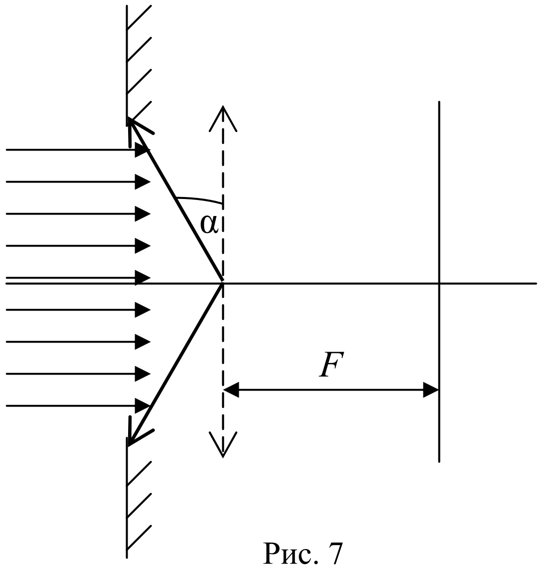

Рис. 7

Решения задач

7 класс

1. За одно и то же время шайба проезжает 1,5 ширины коробки (от борта до борта и потом обратно до середины), а хоккеист – только половину ширины (от борта до середины). Поэтому скорость шайбы в 1,5/0,5=3 раза больше.

Ответ: в 3 раза.

Рекомендация: возможно и алгебраическое решение данной задачи, которое также следует оценивать полным баллом.

2. Объем $V_м$ куска меди равен объему вытесненной им воды, которая складывается из объема V_0 вылившейся воды и объема V_1 воды, заполнившей 1/4 часть сосуда: $V_1 = V/4 = 1000$ мл/4=250 мл; $V_м = V_0+V_1 = 100$ мл +250 мл = 350 мл = 350 см^3; $m = \rho \cdot V_м = 8{,}9$ г/см$^3\cdot$350 см^3 = 3115 г

Ответ: 3115 г.

3. Масса пленки, очевидно, совпадает с массой стержня, которую можно рассчитать как произведение плотности графита на объем стержня. Объем стержня равен $4\cdot10^{-6}$ м^2 $\cdot17\cdot10^{-2}$ м $=6{,}8\cdot10^{-7}$ м^3, тогда его масса $1{,}56\cdot10^{-3}$ кг, или 1,56 г. Площадь паруса можно оценить, предполагая, что при преобразовании из стержня в парус объем графита не изменился. Тогда площадь паруса равна его объему, деленному на толщину одного слоя, т.е. $6{,}8\cdot10^{-7}$м^3/$2{,}5\cdot10^{-10}$ м $=2{,}72\cdot10^3$ м^2

Ответ: 2720 м^2, 1,56 г.

Рекомендация: если при вычислениях проведены округления до десятых (т.е. получено 2700 м^2 и 1,6 г), то решение считать правильным.

8 класс

1. Задачу проще всего решить, построив графики движения Пятачка (сплошная линия) и Винни-Пуха (пунктир) (рис. 8). Из графика видно, что т.к. Пятачок и Винни-Пух встретились 5 раз, то Винни-Пух шел 27 минут, поэтому его скорость в 27/3=9 раз меньше скорости Пятачка.

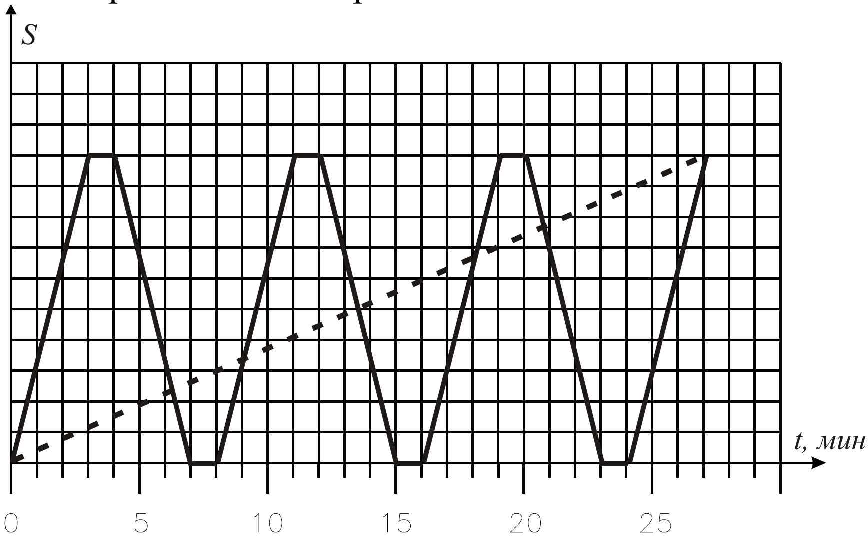

Рис. 8.

Ответ: в 9 раз

Рекомендация: возможно и решение, не использующее график. В этом случае построение графика необязательно.

2. Т.к. пилот летел 8 дней, то за каждый день он пролетал 1/8 длины экватора, т.е. 5000 км. На экваторе день и ночь длятся по 12 часов, однако поскольку самолет летит в направлении вращения Земли, то он находится в воздухе более 12 часов, т.к. заход в точке приземления наступает позже, чем заход в точке взлета. Т.к. расстояние между точками взлета и приземления 1/8 длины экватора, то разница по времени между заходами в них составляет 24/8=3 часа, поэтому ежедневно самолет находится в воздухе 15 часов и, следовательно, его скорость равна 5000 км/15 часов=333 км/час.

Ответ: 333 км/ч

Рекомендация: учет «прибавки» к длине дня, вызванной движением самолета, является ключевым моментом решения. Рекомендуется решения, не учитывающие этого, оценивать не выше 4 баллов.

3. По закону сообщающихся сосудов давление у дна внутри пещеры и снаружи должно быть одинаково, а т.к. внутри пещеры высота столба воды на 1 м меньше, чем снаружи, то давление воздуха внутри нее должно быть больше наружного на $\rho g\Delta h$=10000 Па, следовательно, давление внутри пещеры равно 110000 Па (110 кПа).

Ответ: 110 кПа.

4. Интересно, что задачу можно решить, практически не записывая формул.

1 способ. Т.к. ковшик нагревается на 90ºС за 9 минут, то за три минуты (до прихода Пятачка) вода нагреется на 90ºС/3=30ºС, т.е. до 40ºС. Т.к. Кролик влил еще один ковшик воды, то можно считать, что следующие 3 минуты энергия нагревателя идет только на нагрев новой порции воды, и она опять нагреется до 40ºС. Таким образом, после прихода Винни-Пуха нужно будет два ковшика воды нагреть на 60ºС, а один (который долили с его приходом), на 90ºС. Т.к. нагрев одного ковшика на 30ºС требует 3 минут, то всего придется ждать (2·2+1·3)·3=21 минуту.

2 способ. Фактически нужно нагреть 3 ковшика воды, на что при постоянной мощности нагревателя уйдет 3·9=27 минут (независимо от того, в каком порядке эти ковшики заливают). Из них 6 минут прошло до прихода Винни-Пуха, поэтому ему придется ждать 27–6=21 минуту.

Ответ: 21 минуту

Рекомендация: возможно также и «традиционное» решение, через запись уравнения теплового баланса. Его тоже следует оценивать полным баллом, однако на разборе рекомендуется изложить вышеприведенные решения.

9 класс

1. Обозначим длину линии L, скорость движения трамваев по ней v, количество трамваев N.

В этом случае время, затрачиваемое трамваем на дорогу от одной конечной станции до другой, можно рассчитать как $\tau_{пути}=L/v$, а интервал движения трамваев – $\Delta\tau=2\,L/(Nv)$. Тогда среднее время, затрачиваемое на дорогу, найдем как $\tau_0=\tau_{пути}+\Delta\tau/2=L(1+1/N)/v$.

Пусть в общем случае скорость движения трамваев по линии изменилась в α раз, а количество вагонов – в β. Тогда новое время в пути $\tau_{пути}`=L/(\alpha v)$, а новый интервал $\Delta\tau`=2\,L/(\alpha\beta Nv)$, при этом $\tau_0`=L(1+1/\beta N)/(\alpha v)$.

Интервал в этом случае уменьшится в αβ раз. Из условия равенства интервалов движения трамваев в первом ($\beta=(N+1)/N$, $\alpha=1$) и втором ($\beta=1$, $\alpha=40/30$) случае получим $(N+1)/N=\beta=\alpha=4/3$, откуда найдём $N=3$.

Отношение средних времён в дороге до и после изменений найдём как $\gamma=\dfrac{\tau_0}{\tau_0{}'}=\alpha\beta\dfrac{N+1}{\beta N+1}$. В этом случае получаем $\gamma_1=4/3$, $\gamma_2=16/15$ – предложение студентов лучше с точки зрения экономии времени (среднее время на дорогу составит 18 мин против 22,5 мин. в случае реализации второго предложения).

Ответ: По линии курсирует 3 вагона. В случае реализации предложения студентов среднее время, затрачиваемое на дорогу, составит 18 мин., а в случае реализации предложения управления материального обеспечения – 22,5 мин.

2. Изобразим описанную в задаче ситуацию (рис. 9, Ж – «Жемчужина», Ф – фрегат). Видно, что угол между направлением на фрегат и курсом фрегата составляет 330–240=90º, что сильно облегчает решение задачи.

Пусть $v_{\parallel}$ – компонента скорости «Жемчужины», параллельная скорости фрегата, а $v_{\perp}$ – перпендикулярная ей, причем по теореме Пифагора $v^2=v_{\parallel}^2+v_{\perp}^2$. Чтобы не меняя курса, т.е. двигаясь по прямой, догнать фрегат, нужно, чтобы $v_{\parallel}$ совпадала со скоростью фрегата, поэтому из записанного равенства находим $v_{\perp}\approx 26$ узлов. Тогда время, за которое «Жемчужина» догонит фрегат, определяется как $L/v_{\perp}=10$ миль/26 узлов $\approx 0{,}38$ часа =23 минуты, а вектор скорости «Жемчужины» образует с направлением на фрегат угол, синус которого равен $v_{\parallel}/v=0{,}5$, что соответствует углу 30º и азимуту 300º.

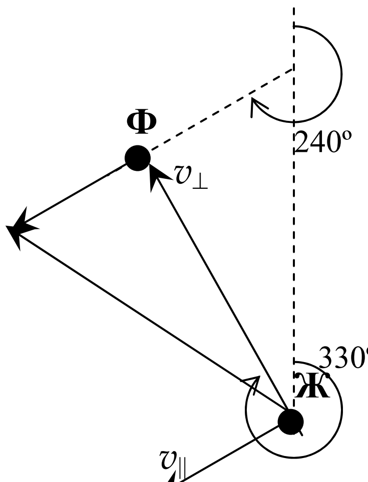

Рис. 9

Ответ: курсом 300º, через 23 минуты.

3. Обозначения см. на рис. 10, h_0 – уровень воды в бассейне до того, как в него погрузили куб.

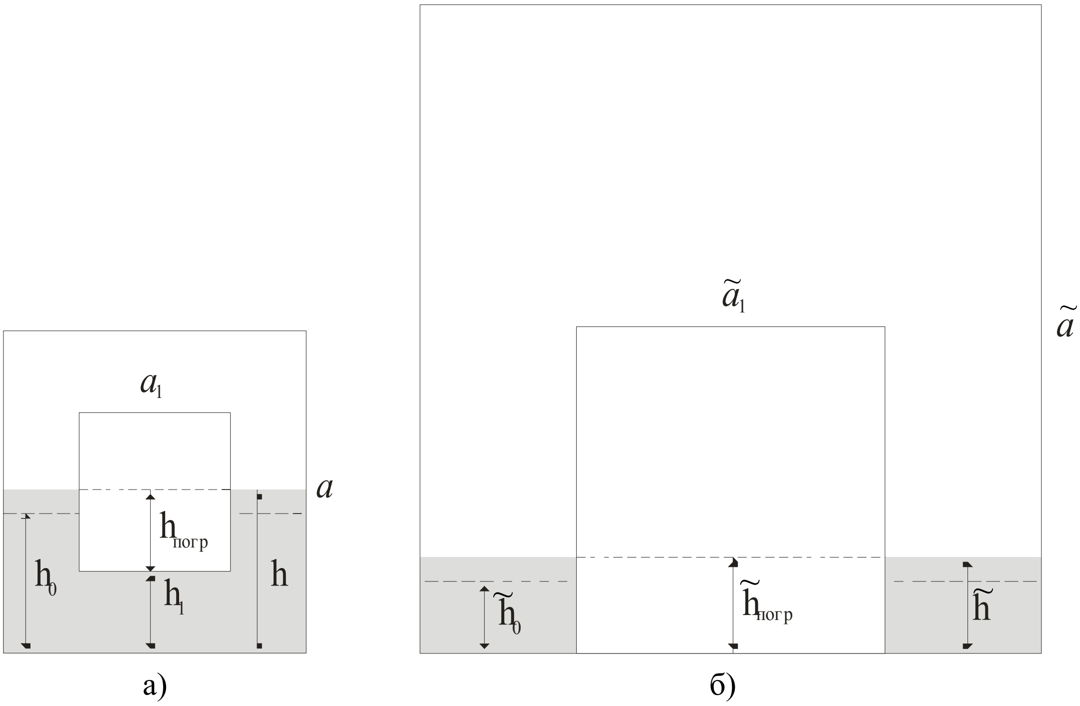

Рис. 10.

Первоначальный объём воды в бассейне $V_ж=a^2h_0$. Поскольку из условия ничего неизвестно о плотности тела, нельзя заранее сказать, плавает оно или тонет. Однако приведённых данных достаточно, чтобы сделать однозначный вывод. Рассмотрим положение тела в состоянии равновесия.

Из условия сохранения объёма жидкости $V_ж=a^2h_1+h_{погр}(a^2–a_1^2)$. Тогда, учитывая условие $a_1=a/2$, получаем $h_1+h_{погр}\cdot 3/4=h_0$ (1). Это условие не зависит от того, плавает куб или тонет, в последнем случае $h_1=0$. Для первого куба $h_{погр}=a_1/2$, что определенно меньше, чем уровень воды в бассейне $a/2$, поэтому куб плавает.

Условие плавания имеет вид $\rho_к a_1^3=\rho_ж h_{погр}a_1^2$, откуда с учетом $h_{погр}=a_1/2$ получаем $\rho_к/\rho_ж=1/2$, а из (1) с учетом $h_1=a/2–a_1/2=a_1/2$ определяем начальный уровень воды $h_0=\frac{a}{4}+\frac{3}{4}\frac{a}{4}=\frac{7}{16}a$.

Во втором случае объёмы бассейна и куба увеличились в 8 раз, а объём воды – только в 2 раза. Поэтому высота первоначального уровня воды $\tilde{h}_0=\frac{7}{64}\tilde{a}$.

Если куб плавает, то $\frac{\tilde{h}_{погр}}{\tilde{a}_1}=\frac{\rho_к}{\rho_ж}=\frac{1}{2}$, тогда из (1) $\tilde{h}_{погр}=(\frac{7}{64}-\frac{3}{4}\frac{1}{2})\tilde{a}=-\frac{17}{64}\tilde{a}$. Получилась отрицательная величина, следовательно, в этом случае куб будет стоять на дне. Куб тонет, хотя его плотность меньше плотности воды! Причина заключается в том, что он «садится на мель»: воды недостаточно, чтобы обеспечить нужную величину силы Архимеда. Тогда из формулы (1) определяем выступающую над водой часть тела: $\widetilde{h}_1 = 0, \widetilde{h}_{\text{погр}} = \frac{4}{3}\widetilde{h}_0 = \frac{7}{48}\widetilde{a} = \frac{7}{24}\widetilde{a}_1$. Тогда выступающая часть составляет 17/24 ребра куба.

Ответ: 17/24.

Комментарий: вообще говоря, однородный куб с плотностью, меньшей плотности воды, не будет плавать так, как показано на рис.10, а будет плавать «на ребре». Однако в условии задачи однородность нигде не задана, поэтому реализация указанной ситуации вполне возможна – если низ куба утяжелен. В этом случае плотность, фигурирующую в решении, нужно понимать как *среднюю плотность*, которая не меняется (в соответствии с условием задачи) при увеличении размеров. Требовать приведения этих рассуждений в решении излишне, однако упомянуть о них на разборе стоит.

4. Из условия следует, что система «изделие – вода – пар» с окружающей средой энергией не обменивается. Тогда запишем уравнение теплового баланса.

$$c_{\text{с}}m_{\text{с}}(T_{\text{к}} - T_{\text{с}}) + c_{\text{в}}m_{\text{с}}(T_{\text{к}} - T_{\text{в}}) + Lm_{\text{в}} = 0$$

где $m_{\text{в}}$ – масса испарившейся воды, $T_{\text{к}}$ – температура кипения воды. Так как объём испарившейся воды равен объёму стали, то $m_{\text{в}} = m_{\text{с}}\rho_{\text{в}}/\rho_{\text{с}}$, и мы получаем

$$T_{\text{с}} = (c_{\text{в}}(T_{\text{к}} - T_{\text{в}})\,\rho_{\text{с}} + \rho_{\text{в}}L)/\,(c_{\text{с}}\rho_{\text{с}}) + T_{\text{к}}$$

Подстановка данных даёт ответ

$T_{\text{с}} = 912^{\circ}$ C.

Ответ: 912° C

5. Оценим мощность одной молнии по формуле $P_1 = I \cdot U$, где $I \approx \frac{Q}{\text{t}} = \frac{40}{2 \cdot 10^{-3}} = 20\,\text{кА}$.

Получим $P_1 = I \cdot U = 10 \cdot 10^6 \cdot 20 \cdot 10^3 = 2 \cdot 10^{11}$ Вт. Тогда полная мощность атмосферной машины планеты составляет $P = 100\,P_1 \approx 2 \cdot 10^{13}$ Вт.

По условию годовая выработка электроэнергии составляет $W = 15 \cdot 10^{12}$ кВт·час, или $54 \cdot 10^{18}$·Дж. Тогда средняя мощность всех электростанций мира может быть оценена как $54 \cdot 10^{18}/365/24/3600 \approx 1{,}7 \cdot 10^{12}$ Вт. Таким образом, современная мощность электрических станций мира примерно всего на порядок меньше, что, с учетом неизбежно низкого КПД при накопления импульсной энергии делает разработку методов использования энергии «электрической машины Земли» нецелесообразным.

Ответ: $2 \cdot 10^{13}$ Вт, мощность электростанций примерно на порядок меньше.

Рекомендация: при вычислении допускается округление с точностью до порядка.

10 класс

1. Скорость каждой точки на ободе колеса является суммой двух скоростей – центра масс, направленной одинаково для всех точек, и скорость вращательного движения относительно центра масс, направленной по касательной к окружности. Т.к. скорости двух концов диаметра сонаправлены, это означает, что скорость центра масс направлена перпендикулярно ему (рис. 11.). Тогда для ближней к наблюдателю точки можно записать $v_1=v-\omega R$, а для дальней $v_2=v+\omega R$. Отсюда $v=(v_1+v_2)/2=623$ м/с, а частота вращения $\nu=(v_2-v_1)/4\pi R=$ 2 об/с

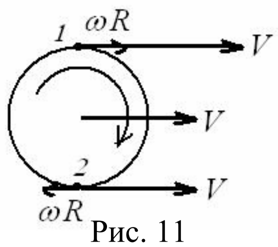

Рис. 11

Ответ: 2 об/с.

2. Пусть жесткость лианы k, масса обезьянки m, отталкиваясь от ветки, обезьянка имеет скорость v_0, удлинение лианы в нижней точке траектории ΔL.

Тогда можно приравнять полные энергии системы «обезьянка-лиана» в верхней и нижней точках траектории:

$$\frac{mv_0^2}{2}=\frac{mv^2}{2}-mg(L+\Delta L)+\frac{k(\Delta L)^2}{2}$$

Кроме того, в нижней точке траектории обезьянка имеет центростремительное ускорение $\dfrac{v^2}{L+\Delta L}$, которое создается силой упругости лианы $k\Delta L$ и силой тяжести mg, откуда получаем $\dfrac{mv^2}{2}=\dfrac{k\Delta L(L+\Delta L)}{2}-\dfrac{mg(L+\Delta L)}{2}$. После этой подстановки закон сохранения энергии принимает вид

$$\frac{mv_0^2}{2}=k(\Delta L)^2+\frac{kL(\Delta L)}{2}-\frac{3}{2}mg(L+\Delta L)$$

Теперь запишем его для двух конкретных случаев:

а) обезьянка не имеет начальной скорости, а $\Delta L=\alpha L$ ($\alpha=1/9$):

$0=kL^2\alpha^2+\dfrac{kL^2\alpha}{2}-\dfrac{3}{2}mgL(1+\alpha)$, откуда получаем

$$\frac{k}{m}=3\frac{g}{L}\frac{1+\alpha}{\alpha(2\alpha+1)}\quad(1)$$

б) обезьянка имеет максимальную начальную скорость, т.е. касается поверхности воды в нижней точке, тогда $\Delta L=n\alpha L$ (n=3):

$\dfrac{mv_0^2}{2}=kL^2n^2\alpha^2+\dfrac{kL^2n\alpha}{2}-\dfrac{3}{2}mgL(+n\alpha)$, или

$$v_0^2=2\frac{k}{m}L^2n^2\alpha^2+\frac{k}{m}L^2n\alpha-3gL(+n\alpha)$$

Подставляя сюда (1) и проводя очевидные преобразования, имеем $v_0=\sqrt{\dfrac{18}{11}gL}\approx 1{,}28\sqrt{gL}$

Ответ: $v_0 \approx 1{,}28\sqrt{gL}$

3. Введём обозначения: H, S, m – высота, площадь дна, масса стакана; ρ – плотность ртути; $p_а$ – атмосферное давление; $h_{п1}$, $h_{п2}$, p_1, p_2 – глубины погружения стакана и давления воздуха в нём в первом и втором случаях; $h_{вх}$ – высота уровня ртути, вошедшей в стакан во втором случае (рис. 12).

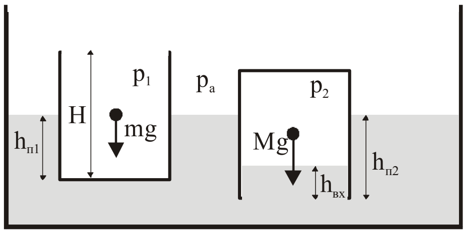

Рис. 12

При этом:

$$h_{п1} = \eta_1 H, \quad h_{п2} = \eta_2 H, \quad p_1 = p_a.$$

В первом случае из условия плавания получаем:

$$mg = F_{А1}, \quad F_{А1} = \rho V_{п1} g. \quad V_{п1} = Sh_{п1}.$$

$$mg = \rho g S h_{п1}. \to \frac{m}{\rho S} = \eta_1 H. \quad (1)$$

Во втором случае:

из закона Паскаля (закона сообщающихся сосудов)

$$p_a + \rho g h_{п2} = p_2 + \rho g h_{вх}; \qquad (2а)$$

из закона Бойля-Мариотта

$$p_2 V_2 = p_a V, \qquad (2б)$$

где

$$V_1 = SH,$$

$$V_2 = S\left(H - h_{вх}\right)$$

(пренебрегаем толщиной стенок и дна!);

из условия плавания

$$Mg = F_{А2}, \qquad (2в)$$

$$M = m + m_{вх}, \quad m_{вх} = \rho S h_{вх}$$

$$F_{А2} = \rho V_{п2} g, \quad V_{п2} = Sh_{п2};$$

по определению

$$\frac{p_a}{\rho g} = h_a,$$

где h_a – и есть атмосферное давление в единицах высоты ртутного столба. (Оно равно 750 мм. рт. ст. по условию)

Из (2б) и (2а)

$$p_2 = p_a \frac{H}{H - h_{\text{вх}}}, \quad p_a + \rho g h_{\text{п}2} = p_a \frac{H}{H - h_{\text{вх}}} + \rho g h_{\text{вх}} \to$$

$$h_{\text{п}2} = h_a \frac{h_{\text{вх}}}{H - h_{\text{вх}}} + h_{\text{вх}}. \qquad (3)$$

Из (2в) и (1) получаем

$$\left(m + \rho S h_{\text{вх}}\right) g = \rho g S h_{\text{п}2}. \to \frac{m}{\rho S} + h_{\text{вх}} = \eta_2 H \to h_{\text{вх}} = \left(\eta_2 - \eta_1\right) H.$$

Подставляя это выражение в (3), получаем

$$h_{\text{п}2} = h_a \frac{h_{\text{вх}}}{H - h_{\text{вх}}} + h_{\text{вх}} \to h_{\text{п}2} = h_a \frac{\left(\eta_2 - \eta_1\right) H}{H - \left(\eta_2 - \eta_1\right) H} + h_{\text{п}2} - \eta_1 H$$

$$h_a \frac{\left(\eta_2 - \eta_1\right) H}{H - \left(\eta_2 - \eta_1\right) H} = \eta_1 H \to$$

$$H = \frac{\eta_1^{-1}}{\left(\eta_2 - \eta_1\right)^{-1} - 1} h_a = \frac{2}{6 - 1} h_a = \frac{2}{5} \cdot 750 \text{ мм} = 300 \text{ мм}.$$

Ответ: 30 см.

4. Электрочасы можно представить в виде комбинации последовательного и параллельного соединений. В первом случае суммарное сопротивление цепи равно $R_1 = R_h + R_m + \dfrac{R_{12-1-3h} R_{12-9-3h}}{R_{12-1-3h} + R_{12-9-3h}}$, где R_h и R_m – сопротивления часовой и минутной стрелок соответственно, а $R_{12\text{-}1\text{-}3h}$ и $R_{12\text{-}9\text{-}3h}$ – сопротивления двух отрезков «часового» кольца, соединяющих точки 12 и 3 часов и соединённых параллельно. (По «минутному» кольцу ток в рассматриваемых случаях не идет, т.к. минутная стрелка стоит на 12 часах ровно). Учитывая, что сопротивление проволоки пропорционально её длине, выразим сопротивление R_1 через сопротивление r часовой стрелки: $R_1=3\,r+(3/4)\pi^2 r^2/(2\pi r)=r(3+3\pi/8)$. Тогда можно найти сопротивление часовой стрелки $r=U/(I(3+3\pi/8))=239$ Ом.

Сопротивление во втором случае $R_2=r(3+\pi/2)$. Тогда ток $I_2=U/R_2=9{,}14$ mA.

Ответ: 9,14 мА

5. Схематично ход лучей в данной ситуации показан на рис. 13 (область тени заштрихована).

Тогда $\dfrac{d}{h} = tg\alpha \approx \alpha \approx 10^{-2}$ (α – угловой размер солнца в радианах), откуда $h \approx 1$ км.

Ответ: 1 км.

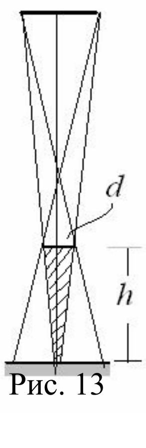

Рис. 13

11 класс

1. Т.к. нить все время натянута, то оба тела движутся с одинаковым ускорением. Тогда для каждого из них можно записать 2 закон Ньютона:

$$F_2 – T = M_2 a \text{ и } T – F_1 = M_1 a,$$

где T – сила натяжения нити.

Исключая ускорение, имеем $T = \dfrac{M_2 F_1 + M_1 F_2}{M_1 + M_2} = (1 + \dfrac{M_1}{M_1 + M_2})kt$, откуда получаем $t = \dfrac{T_0}{k}\dfrac{M_1 + M_2}{2M_1 + M_2}$

Ответ: $t = \dfrac{T_0}{k}\dfrac{M_1 + M_2}{2M_1 + M_2}$.

2. Выберем систему координат с осью OX вдоль наклонной плоскости. Каждая дробинка падает с постоянной скоростью v_0**.** Тогда v

$$v_{0x} = v_0 \sin\alpha \qquad g_x = g \sin\alpha$$

$$v_{0y} = v_0 \cos\alpha \qquad g_y = g \cos\alpha$$

При соударении с наклонной плоскостью дробинка получает дополнительную горизонтальную скорость $v_0 \cos\alpha \sin\alpha$, а наклонная плоскость получает импульс $2\, m\, v_0 \cos\alpha \sin\alpha$.

За время t на наклонную поверхность площадью S падает $j\, t\, S \cos\alpha$ дробинок, и, следовательно, наклонная плоскость приобретает в горизонтальном направлении импульс, равный $2\, m\, j\, t\, S\, v_0 \cos^2\alpha \sin\alpha$. Так как площадь вертикальной стенки, в которую упирается наклонная плоскость, равна $S \sin\alpha$, то оказываемое на неё давление оказывается равным $2\, mj\, v_0 \cos^2\alpha$. Здесь $j = 10^4$ м$^{-2}$с$^{-1}$

Однако в полученном решении не учтена возможность вторичного падения дробинок на наклонную плоскость. Для анализа этой возможности рассмотрим дробинку, падающую в начало координат. После соударения с плоскостью её движение будет описываться следующими уравнениями

$$x = v_{0x} t + g_x t^2/2 \qquad v_x = v_{0x} + g_x t$$

$$y = v_{0y} t - g_y t^2/2 \qquad v_y = v_{0y} - g_y t\ .$$

При y=0 получаем для дальности полёта $x_п = 4\, v_0^2 \sin\alpha / g$.

При подстановке численных значений получаем $x_п$ = 0,8 м, то есть половина дробинок будут ударяться о наклонную плоскость второй раз. Так как их скорость падения по оси OY останется прежней, то искомое давление равно

$P = 3\, mj\, v_0 \cos^2\alpha = 5{,}5$ Па

Ответ: 5,5 Па.

3. Работу цикла можно вычислить геометрически, в координатах p-V, как площадь, ограниченную его контуром. Сделаем это поэтапно. Вычислим работу, совершенную в процессе 1-2, как площадь под графиком:

$$A_{12} = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)\cdot(V_2 - V_1) = \frac{1}{2}(p_1 V_2 + p_2 V_2 - p_1 V_1 - p_2 V_1)\,.$$

Учтём прямую пропорциональность $p=kV$ на данном участке:

$$A_{12} = \frac{1}{2}(kV_1V_2 + p_2V_2 - p_1V_1 - kV_2V_1) = \frac{1}{2}\nu R\Delta T.$$

На участке 2-3 процесс происходит при постоянной теплоёмкости *C*. Значит, можно записать I начало термодинамики в виде

$-C\nu\Delta T = \Delta U_{23} + A_{23} = -\frac{3}{2}\nu R\Delta T + A_{23}$ (здесь учтено, что изменение температуры газа в процессе 2-3 равно $-\Delta T$). Отсюда получаем

$$A_{23} = -C\nu\Delta T + \frac{3}{2}\nu R\Delta T = (-\frac{1}{2} + \frac{3}{2})\nu R\Delta T = \nu R\Delta T$$

В результате, работа в процессе 1-2-3 определяется суммой $A_{123} = \frac{3}{2}\nu R\Delta T$.

Для определения работы цикла вычтем работу на возвратной изотерме 3–1. Она как раз равна отданной в этом процессе теплоте. Окончательно получаем:

$$A_{1231} = \frac{3}{2}\nu R\Delta T - \mathrm{Q}$$

Ответ: $\frac{3}{2}\nu R\Delta T - \mathrm{Q}$

4. Т.к. оба резистора подключены параллельно, то к ним всегда приложено одно и то же напряжение, поэтому выделяющаяся на них тепловая мощность в соответствии с формулой $P=U^2/R$ делится обратно пропорционально сопротивлениям, т.е. на первом резисторе выделяется 75/125=60% суммарной мощности. Т.к. это соотношение верно в любой момент времени, то оно верно и для полной выделившейся энергии, которая равна энергии конденсатора $\frac{cU^2}{2}$. Подставляя числовые значения, получаем 12 Дж.

Ответ: 12 Дж.

5. Построим ход «крайнего» луча, упавшего на «верхнюю» полулинзу (рис. 14).

Каждая из половинок представляет собой линзу с тем же фокусным расстоянием и оптическим центром, что и исходная. Однако главная оптическая ось верхней половинки теперь повернулась на угол α (OB на рис. 15), соответственно ее фокальной плоскостью теперь является плоскость BD (BD⊥OB и OB=*F*). Падающий параллельный пучок должен собраться в фокальной плоскости, и т.к. идущий через оптический центр луч не преломляется, то пучок соберется в точке его пересечения с фокальной плоскостью, т.е. в т. D. Тогда на линейке будет освещена область KC (выделено жирным) от верхней половинки и симметричная ей область – от нижней. Длину отрезка KC несложно найти из геометрических соображений.

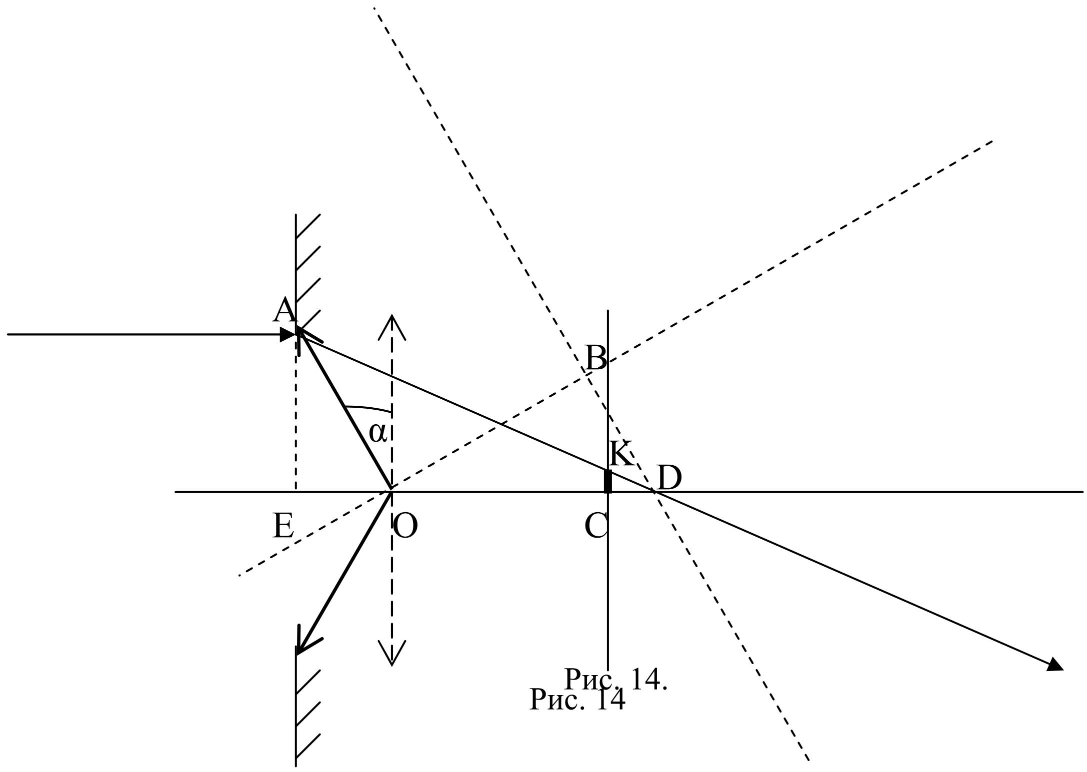

Рис. 14.
Рис. 14

OD=F/cosα; CD=F/cosα–F; EA=(D/2)cosα. Далее из подобия треугольников ADE и KDC получаем $KC = AE\dfrac{CD}{ED} = \dfrac{F\left(\dfrac{1}{\cos\alpha}-1\right)}{\dfrac{F}{\cos\alpha}+\dfrac{D}{2}\sin\alpha}\dfrac{D}{2}\cos\alpha$. После преобразований получаем $KC = \dfrac{D}{2}\mathrm{ctg}\alpha\dfrac{\dfrac{1}{\cos\alpha}-1}{\dfrac{2}{\sin 2\alpha}+\dfrac{D}{2F}}$. Ширина освещенной области будет в 2 раза больше.

Ответ: $\mathrm{D}\,\mathrm{ctg}\alpha\dfrac{\dfrac{1}{\cos\alpha}-1}{\dfrac{2}{\sin 2\alpha}+\dfrac{D}{2F}}$